J.E.N.459
Sp ISSN 0081-3397

PLASMATOR
Un código numérico de simulación del transporte de plasma en Tokamaks

por

Guasp, J.*

* División de Fusión. J.E.N.

JUNTA DE ENERGIA NUCLEAR

MADRID, 1979

CLASIFICACION INIS Y DESCRIPTORES

F51, A14
P CODES
PLASMA SIMULATION
TOKAMAK DEVICES
FORTRAN
TWO-DIMENSIONAL CALCULATIONS
THREE-DIMENSIONAL CALCULATIONS

Toda correspondencia en relación con este trabajo debe dirigirse al Servicio de Documentación Biblioteca y Publicaciones, Junta de Energía Nuclear, Ciudad Universitaria, Madrid-3, ESPAÑA.

Las solicitudes de ejemplares deben dirigirse a este mismo Servicio.

Los descriptores se han seleccionado del Thesauro del INIS para describir las materias que contiene este informe con vistas a su recuperación. Para más detalles consúltese el informe IAEA-INIS-12 (INIS: Manual de Indización) y IAEA-INIS-13 (INIS: Thesauro) publicado por el Organismo Internacional de Energía Atómica.

Se autoriza la reproducción de los resúmenes analíticos que aparecen en esta publicación.

Este trabajo se ha recibido para su impresión en Septiembre de 1979.

Depósito legal nº M-36150-1979 I.S.B.N. 84-500-3423-X

INDICE

1. INTRODUCCION.

2. COMENTARIOS SOBRE LAS ECUACIONES Y COEFICIENTES DE TRANSPORTE EN SISTEMAS TOROIDALES.

3. ECUACIONES Y COEFICIENTES DE TRANSPORTE EN PLASMATOR.

   3.1 Ecuaciones.

   3.2 Coeficientes de transporte.

   3.3 Condiciones de contorno.

4. METODO DE RESOLUCION NUMERICA.

   4.1 Método de linearización.

   4.2 Resolución de los sistemas linearizados.

   4.3 Discretización radial.

   4.4 Estabilidad numérica del proceso.

   4.5 Desacoplo de las ecuaciones.

5. MODULO DE NEUTROS.

6. MODULO DE IMPUREZAS.

7. MODO DE ACCESO A PLASMATOR.

8. IMPRESIONES DE SALIDA DE PLASMATOR.

9. EJEMPLO DE UNA SIMULACION.

10. CONCLUSIONES Y PERSPECTIVAS.

A1. APENDICE I. DEFINICIÓN DE LAS MAGNITUDES PRINCIPALES.

REFERENCIAS.

1. INTRODUCCION.

La disponibilidad de un código flexible de transporte de plasma constituye un factor sumamente valioso para un laboratorio de Física del Plasma, tanto por su capacidad predictiva - permitiendo determinar la evolución espacio-temporal de las principales magnitudes del plasma que se van a producir en cada experiencia concreta, como desde el punto de vista del diagnóstico permitiendo calcular, a partir de datos experimentales, coeficientes y parámetros que caracterizarán su comportamiento [24].

Una prueba de la utilidad de este tipo de códigos la - constituye el hecho de que, desde el mismo momento en que se inició el interés internacional por los Tokamak (1969) comenzaron - los trabajos para el desarrollo de códigos de transporte adaptados a estos aparatos [2] [3]. Desde entonces cada laboratorio importante se ha dotado de un útil de este tipo, adaptado a sus - propias necesidades, útiles que se encuentran en rapidísima y - permanente evolución [2] - [10].

La División de Fusión de la JEN, ante la próxima construcción e instalación del Tokamak TJ-1, no podía permanecer al margen de esa tendencia y decidió emprender la creación y desarrollo de un código de ese tipo, dentro de una extremada penuria de personal(*). PLASMATØR es el fruto de esa actividad. El código comenzó a esbozarse hacia finales de 1977, la versión que se presenta en este escrito corresponde a su situación durante el verano de 1979 y constituye la segunda versión del código, versión que el autor se atreve a calificar de inicio de la fase - "adulta" de PLASMATOR, huelga decir que el código se encuentra (y se encontrará cada vez más) en rápida y constante modificación y que su finalidad fundamental es la de establecer conexión práctica entre teoría y experiencias, tanto para el TJ-1 como para el futuro TJ-2.

El código PLASMATOR permite simular la evolución espacio-temporal del plasma de un Tokamak a partir de una configuración inicial sometida a una variación temporal de la corriente

---

(*) Un hombre-año por año para el desarrollo de todas las facetas del código.

total del plasma dada. Esta variación de corriente representa el efecto del circuito primario óhmico sobre el plasma. Durante toda la simulación el campo magnético toroidal B_T se supone constante.

Como es habitual en todos los códigos actuales de transporte, las magnitudes que en él se tratan son, en realidad, promedios efectuados sobre las superficies magnéticas (que en equilibrio coinciden prácticamente con las isobaras), superficies que son recorridas ergódicamente por las partículas cargadas durante su movimiento [12] - [15].

En su presente versión PLASMATOR es un código monodimensional para Tokamaks de sección circular, en el cual se supone que las superficies magnéticas son toros cuyas secciones transversales son círculos centrados. En estas condiciones las magnitudes del plasma dependen tanto del tiempo como de la coordenada radial r: distancia al centro del plasma en cada sección transversal (Fig. 1.1). Por el contrario la dependencia con el ángulo poloidal θ desaparece a causa de los promedios sobre las superficies magnéticas mencionados, mientras que, por su parte, el ángulo toroidal φ se encuentra ausente a causa de la simetría.

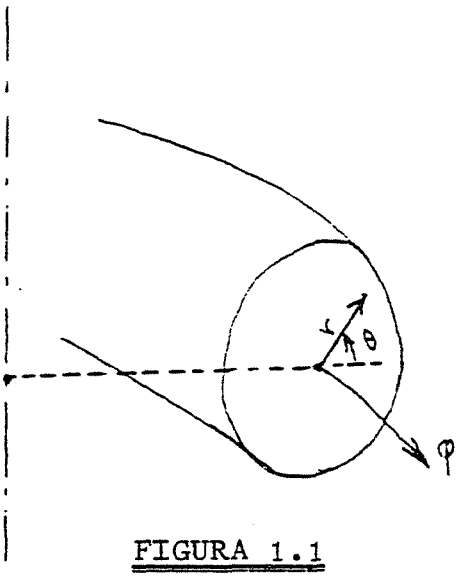

FIGURA 1.1

Las variables cuya evolución espacio-temporal se sigue son: las densidades electrónica $n_e(r, t)$ e iónica $n_i(r, t)$, las temperaturas electrónica e iónica $T_e(r, t)$, $T_i(r, t)$, el campo magnético poloidal $B_\theta(r, t)$, la densidad de neutros $n_o(r, t)$ y su temperatura $T_o(r, t)$, así como las magnitudes derivadas de las anteriores: densidad de corriente eléctrica $J(r, t)$, campo eléctrico toroidal $E(r, t)$, factor local de seguridad $q(r, t)$, flujos de partículas y térmicos $\Gamma_e(r, t)$, $Q_e(r, t)$, $Q_i(r, t)$ y densidades de energía junto con magnitudes globales (es decir, integrales o valores medios espaciales) como son la resistencia y autoinducción del plasma, el voltaje, el flujo magnético (voltios-segundos) consumido, valores medios de densidades y temperaturas, energías y potencias de cada proceso, etc., etc.

Los fenómenos físicos que se tienen en cuenta en el código son: el transporte tanto térmico como convectivo de partículas y energía, el efecto Joule de la corriente eléctrica del plasma, las pérdidas por radiación, la estricción del plasma bajo su propio campo magnético, el transporte e influencia de partículas neutras a través de procesos de ionización y cambio de carga, la presencia de impurezas y los efectos originados por la corriente de "bootstrap".

El código permite una completa libertad en la asignación de coeficientes de transporte y posee una estructura altamente modular que facilita la supresión o adición de nuevos efectos.

En la presente publicación se efectuará una descripción general del código PLASMATOR dejando de lado la explicación detallada de su utilización que se expone en el "Manual de Utilización de PLASMATOR", Ref. [1]. Se comenzará, en el § 2, con unos comentarios sobre las bases físicas de las ecuaciones y coeficientes de transporte, destinados fundamentalmente a lectores poco familiarizados con el "Universo" del transporte de plasma. A continuación, en el § 3, se expondrán las ecuaciones que resuelve PLASMATOR, así como la estructura de las relaciones de transporte que soporta. Seguidamente, en el § 4, se expondrán los métodos numéricos utilizados en la resolución de las ecuaciones. Pasando en los §§5 y 6 a la descripción de las bases físicas de los módulos para partículas neutras e impurezas utilizados en el código. El § 7 describirá, muy someramente, la estructura de los datos de entrada al programa, mientras que el § 8 lo hará con las impresiones y gráficas de salida, para a continuación, en el § 9, presentar, a título ilustrativo, los resultados obtenidos en una simulación concreta. Finalmente en el § 10 se expondrán las líneas principales de evolución previstas para PLASMATOR.

Para terminar desearíamos expresar nuestro agradecimiento al Dr. H. Howe del ORNL por sus valiosas recomendaciones, al Dr. K. Audenaerde de la Universidad de Wisconsin por la cesión de su modelo de neutros, así como al Dr. M. Soler por su eficaz labor de enlace con el ORNL.

2. COMENTARIOS SOBRE LAS ECUACIONES Y COEFICIENTES DE TRANSPORTE EN SISTEMAS TOROIDALES.

El origen de las ecuaciones utilizadas en el transporte de plasma debe buscarse en la Teoría Cinética. En efecto, es a partir de la ecuación de Vlasov colisional [11], [23], que describe el comportamiento de la función de distribución de cada partícula, de donde se obtienen, a través de los diversos momentos de esa distribución, las ecuaciones que describen las magnitudes macroscópicas del plasma: densidad de partículas (momento de orden cero), velocidad media y densidad de corriente eléctrica (momentos de orden uno), densidad de energía térmica, presión, temperatura (momentos de orden dos), etc.

Sin embargo las ecuaciones que rigen para cada momento implican también momentos de orden superior, por lo que el conjunto de ecuaciones no se cierra a menos que se desprecien todos los momentos de orden superior a uno dado o establezcamos relaciones entre los de orden superior e inferior. Dichas relaciones adoptan normalmente, por simplicidad, el aspecto de formas lineales cuyos coeficientes se denominan coeficientes de transporte. Estas relaciones y coeficientes sintetizan de manera aproximada el efecto de las ecuaciones correspondientes a los momentos de orden superior; la expresión concreta de esos coeficientes depende de las aproximaciones que se esté dispuesto a efectuar y de la forma explícita adoptada para el término colisional en la ecuación de Vlasov. Solo en algunos casos muy especiales pueden obtenerse expresiones precisas para esos coeficientes, en la mayor parte de los casos restantes debe recurrirse a coeficientes fenomenológicos o de justificación teórica muy endeble.

En el caso de sistemas toroidales la situación se complica a causa de los efectos geométricos, un conjunto de coeficientes de transporte coherente solo puede obtenerse en el caso de sistemas toroidales con simetría axial y sección circular, cuando el término colisional se toma del tipo Lennard-Balescu y en equilibrio MHD (además de otras aproximaciones que se indicarán más adelante), en este caso se obtiene el conjunto denominado "neoclásico" [12] - [15] muy complejo y que, desgraciadamente, no responde bien a la realidad.

En estos sistemas toroidales las magnitudes de interés son promedios sobre las superficies magnéticas [12], las de flujo -

magnético constante, que consisten normalmente en toros embebidos unos en otros (cuando no hay fuertes inestabilidades MHD). Este promedio suprime la dependencia respecto a las coordenadas "toroidal" y "poloidal", manteniendo solamente la dependencia "radial", por esta razón las ecuaciones a que obedecen esos promedios son, al menos aparentemente, monodimensionales, casi siempre con simetría cilíndrica, y en las que los efectos de la geometría toroidal aparece exclusivamente en el interior de los coeficientes de transporte.

En la obtención de dichas ecuaciones se acostrumbra a retener las ecuaciones de los momentos de orden cero (la de la densidad de partículas) y dos (las de la densidad de energía, presión o temperatura electrónica e iónica) mientras que la ecuación de los momentos de orden uno (velocidad media y densidad de corriente eléctrica) se utiliza, tras laboriosa manipulación, como relación de transporte, es decir como expresión del flujo de partículas en función de los gradientes espaciales de otras magnitudes. Los momentos de orden tres (flujos de calor, tanto térmicos como convectivos) que aparecen en las ecuaciones de los momentos de orden dos también son expresados en función del resto de las magnitudes a través de los consabidos coeficientes de transporte (cf. (3.11)).

Con todo este proceso se obtienen una serie de ecuaciones que presentan el aspecto de ecuaciones de continuidad, [12] - [15].

La primera ecuación es de la forma

$$\frac{\partial n_i}{\partial t} + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left[r\,\Gamma_i \right] = S_i \qquad (2.1)$$

establece, simplemente, la ecuación de continuidad para la densidad de partículas n_i, su variación en el tiempo es simplemente la originada por el flujo de partículas Γ_i que escapan a través de la superficie externa de un volumen determinado (se ha supuesto simetría cilíndrica). El término S_i representa las fuentes o sumideros de partículas debidos a ionización, recombinación u otras causas (se darán expresiones concretas en § 3).

Γ_i es el flujo de partículas, siendo $\Gamma_i = n_i V_i$, mientras que V_i es la velocidad media en la dirección radial. Este flujo es uno de los momentos de orden uno y se encuentra ligado al resto de las magnitudes. La relación de transporte habitual

establece que este flujo depende linealmente de los gradientes radiales de las otras magnitudes (n_i , T_e , T_i , etc.). Por ejemplo una relación sencilla podría ser la siguiente [6].

$$\Gamma_i = -D \frac{\partial n_i}{\partial r} \qquad (2.2)$$

que reflejaría el hecho "intuitivo" de que los gradientes radiales de densidad "provocan" flujo radial de partículas. La linearidad de esa relación constituye una primera aproximación - que encubre la incapacidad de obtener relaciones más fidedignas. No obstante las ecuaciones, y los coeficientes, son ya suficientemente complicados como para poder calificar de utópico e intempestivo cualquier intento de "mejorar" esa primera aproximación.

El coeficiente D de esa ecuación es un coeficiente de transporte, en este caso el de difusión. Sus dimensiones son - L^2T^{-1} por lo que normalmente adopta la forma

$$D \sim \rho^2 \nu$$

donde ρ es algún "radio característico" (p. ej., el de Larmor), ν es alguna "frecuencia característica" (p. ej. la de colisión) (Vease el Apendice I para la expresión de estas magnitudes).

También puede adoptar en el caso de inestabilidades que se desarrollen con número de ondas radial $K_\perp$ y crezcan exponencialmente con constante de tiempo γ , la expresión ,[8]:

$$D \sim \frac{\gamma}{K_\perp^2}$$

Debido a la dificultad insuperable de obtener expresiones explícitas para este (y los otros) coeficientes, en la mayor parte de los casos no pueden hacerse más que meras consideraciones dimensionales del tipo anterior.

Análogamente un gradiente de temperatura también puede ocasionar flujo de partículas con su correspondiente coeficiente de transporte. Asimismo un movimiento colectivo, como p.ej. un efecto de estricción ("pinch") del tipo $\vec{E}_\varphi \times \vec{B}_\theta$ puede contribuir a Γ, [12].

La segunda ecuación que se utiliza es la de continuidad

de la densidad de energía térmica electrónica ($\mathcal{E}_e = \frac{3}{2} p_e = \frac{3}{2} n_e T_e$). Posee la forma:

$$\frac{3}{2}\frac{\partial p_e}{\partial t} + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left[r Q_e\right] = -Q_{ei} + EJ + S_e - \Gamma_e F \qquad (2.3)$$

Expresando que la variación temporal de dicha densidad de energía se debe a las fugas ocasionadas por el flujo de calor electrónico Q_e (tanto térmico como convectivo), a la energía aportada por el efecto Joule (término EJ), por el término de transferencia colisional de energía Q_{ei} que tiende a equilibrar las temperaturas electrónica e iónica, cf. (3.2), por las pérdidas de todo tipo S_e (Bremstrahlung, radiación atómica, etc) y finalmente por el término $\Gamma_e F$ que es de naturaleza "friccional", [12] [13].

La tercera ecuación es la de continuidad para la densidad de energía iónica ($\mathcal{E}_i = \frac{3}{2} p_i = \frac{3}{2} n_i T_i$) con significación similar a la electrónica.

$$\frac{3}{2}\frac{\partial p_i}{\partial t} + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left[r Q_i\right] = Q_{ie} + S_p + \Gamma_e F \qquad (2.4)$$

Aquí los términos de ganancia o pérdida de energía S_p corresponden al intercambio de carga con neutros, eventualmente a las reacciones de fusión termonuclear, etc...

En ambas ecuaciones (2.3) (2.4) los flujos radiales de calor Q_e y Q_i se ligan linealmente con los gradientes radiales de las otras magnitudes. Una relación sencilla que se emplea con frecuencia es simplemente [6].

$$Q_e = -n_e \chi_e \frac{\partial T_e}{\partial r} \qquad (2.5)$$

Siendo χ_e la conductividad térmica electrónica que posee dimensiones, y expresiones habituales, análogas a $D{:}L^2T^{-1}$ y a la cual se aplican razonamientos dimensionales análogos a los de D.

El resto de las ecuaciones

$$\frac{1}{c}\frac{\partial B_\theta}{\partial t} = \frac{\partial E}{\partial r} \qquad (2.6)$$

$$J = \frac{c}{4\pi} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[r B_\theta \right] \qquad (2.7)$$

constituyen simplemente las leyes de Lenz y de Ampére para el campo magnético poloidal B_θ, el campo eléctrico toroidal E y la corriente eléctrica toroidal J. Esta última se encuentra ligada a E y a los gradientes de las otras magnitudes mediante una ley de Ohm generalizada en donde junto al término habitual de conducción eléctrica, proporcional a E, pueden aparecer términos de corriente "gobernados" por los gradientes de densidad y temperatura, constituyendo la denominada corriente de "Bootstrap" [12], [7] (cf. (3.11)).

Las expresiones concretas utilizadas para los coeficientes de transporte difieren enormemente en cada modelo; como ya se ha indicado la única obtención de algún rigor es la de los coeficientes "neoclásicos" [12] - [15] en donde se supone que los radios de Larmor son despreciables, las frecuencias ciclotrónicas muy elevadas y que la inversa de la razón de aspecto local $\varepsilon = \frac{r}{R}$ es pequeña(*). En este caso se obtienen expresiones para los coeficientes de transporte muy complejas que son expresables en series de potencias de ε con términos predominantes del tipo [7].

$$D \sim \chi_e \sim \rho_\theta{}^2{}_e \nu_e \varepsilon^{\frac{1}{2}} \left[1 + O(\varepsilon) \right]$$

siendo $\rho_{\theta e}$ el radio de Larmor de los electrones en el campo magnético poloidal (Vease Apendice I), ν_e la frecuencia de colisión electrón-electrón. No obstante ya se ha indicado que los coeficientes neoclásicos no se ajustan bien a la realidad, sólo se adaptan de un modo relativamente satisfactorio al transporte de iones y de impurezas pero, por el contrario, se ajustan muy mal al de electrones.

Un coeficiente fenomenológico muy utilizado es el "pseudoclásico" en donde simplemente [6]

$$D \sim \chi_e \sim \rho_{\theta e}^2 \nu_e$$

También se usa otro bastante similar al "neoclásico": el de Pfirsch-Schlutter [6], [7]

(*) R es el radio mayor del toro.

$$D \sim \chi_e \sim \rho_{Te}^2 \, \nu_e \, (1 + bq^2)$$

siendo ρ_{Te} el radio de Larmor electrónico en el campo magnético toroidal $B_T \equiv B_\varphi$ y $q = \frac{rB_T}{RB_\theta}$ el factor local de seguridad. Este coeficiente es el límite colisional neoclásico, es decir, el que se obtiene para grandes valores de ν_e.

Otro coeficiente usado para simular efectos MHD cuando no se saben tratar de otra forma es el coeficiente de Bohm [23]

$$D \sim \frac{cTe}{16 \, e \, B_T}$$

Asimismo la inclusión de microinestabilidades puede efectuarse fenomenológicamente mediante la "receta" [8].

$$D \sim \frac{\gamma}{K_\perp^{\,2}}$$

Para las impurezas parece bastante bien aceptado que la utilización de coeficientes del tipo Pfirsch-Schlutter es a la vez simple y eficaz.

La ausencia de una teoría coherente para los coeficientes de transporte hace que exista la más completa diversidad de opiniones en cuanto a la utilización de unos u otros tipos. Por esta razón se ha puesto énfasis especial en que el código PLASMATOR pueda trabajar con coeficientes de transporte lo más generales posibles.

3. ECUACIONES Y COEFICIENTES DE TRANSPORTE EN PLASMATOR.

3.1 Ecuaciones.

Las ecuaciones que PLASMATOR resuelve son las siguientes [12]:

$$
\boxed{
\begin{aligned}
&\frac{\partial n_i}{\partial t} + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left[r\,\Gamma_i\right] = S_i \\
&\frac{3}{2}\frac{\partial p_e}{\partial t} + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left[r\,Q_e\right] = -Q_{ei} - \Gamma_e F + E\,J + S_e \\
&\frac{3}{2}\frac{\partial p_i}{\partial t} + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left[r\,Q_i\right] = Q_{ie} + \Gamma_e F + S_p \\
&\frac{1}{c}\frac{\partial B_\theta}{\partial t} = \frac{\partial E}{\partial r} \\
&J = \frac{c}{4\pi}\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left[r\,B_\theta\right]
\end{aligned}
}
\qquad (3.1)
$$

En donde se ha utilizado el sistema c.g.s. gaussiano con corriente eléctrica medida en u.e.s., mientras que las temperaturas y energías se miden en eV.

Las magnitudes que aparecen en (3.1) poseen la siguiente significación

$n_i(r\,,t)$ es la densidad iónica en el punto r y el instante t,

$n_e(r\,,t)$ la densidad electrónica

$p_e = n_e T_e$ y T_e son, respectivamente, la presión y temperatura electrónicas

$p_i = n_i T_i$ y T_i la presión y temperatura iónicas

Γ_i el flujo de iones, $\Gamma_e = Z_p\,\Gamma_i$ el de electrones, Z_p es la carga de cada ion (que normalmente es la unidad)

Q_e y Q_i los flujos totales de calor electrónico e iónico

B_θ el campo magnético poloidal

E y J las componentes toroidales del campo y densidad de corriente eléctricas.

La interpretación física de las ecuaciones ya ha sido dada en el § 2, la expresión explícita de los diversos términos de fuente es la siguiente:

$$Q_{ei} = 3 \frac{m_e}{m_i} \nu_{ei} [Z] (T_e - T_i) n_e$$
$$Q_{ie} = 3 \frac{m_e}{m_i} \nu_{ei} Z_p^2 (T_e - T_i) n_i \qquad (3.2)$$

son los términos de transferencia colisional de energía entre electrones e iones, ν_{ei} es la frecuencia básica de colisión - electrón-ión (Apéndice I), Z_p y m_i la carga y masa de los iones (de los que se supone hay un sólo tipo).

El factor $[Z]$ en Q_{ei} tiene en cuenta la posible presencia de impurezas (cf. § 6) en su aporte a las colisiones entre ellas y los electrones. La ausencia de un término similar en Q_{ie} se debe a la mayor eficacia del proceso de equilibrio - térmico entre iones e impurezas, [24], [5].

La fuente de partículas S_i procede de la ionización de partículas neutras (cuya densidad es n_o)

$$S_i = n_o n_e \langle \sigma v \rangle_{ion} \qquad (3.3)$$

Por su parte, dejando de lado el efecto Joule EJ, la fuente (en realidad sumidero) de energía electrónica es de la forma

$$S_e = -P_B - P_R - W_{ion} \cdot n_o n_e \langle \sigma v \rangle_{ion} \qquad (3.4)$$

Donde P_B es la potencia perdida por Bremstrahlung entre electrones-iones e impurezas [22]

$$P_B(W/cm^3) = 1,69 \times 10^{-32} n_e^2 Z_{ef} T_e^{\frac{1}{2}} \qquad (3.5)$$

Z_{ef} (cf. § 6) es la Z-efectiva del plasma.

P_R es la potencia perdida en radiación a causa de las impurezas (Vease § 6 para su discusión).

El tercer término de (3.4) representa, evidentemente, las pérdidas de energía electrónica debidas a procesos de ionización.

Por último el término de fuente para la energía iónica S_p posee por expresión

$$S_p = -\frac{3}{2} n_i n_o (T_i - T_o) \langle \sigma v \rangle_{ch} + \frac{3}{2} T_o n_e n_o \langle \sigma v \rangle_{ion} \qquad (3.6)$$

en donde el primer sumando representa la pérdida de energía iónica debida a procesos de cambio de carga con neutros y el segundo el aporte de los neutros (cuya temperatura es T_o) ocasionado en la ionización.

Se observará que se han descartado efectos de recombinación y de ionización por colisión iónica, los primeros, salvo en el borde del plasma, son despreciables una vez pasada la fase más inicial de la descarga (los primeros pocos msec.): la de ruptura eléctrica del gas (break-down), única en la que hay competencia efectiva entre ionización y recombinación(#). El estudio de esta fase presenta problemas muy específicos y, por el momento, pocos códigos la incluyen y aún así los que lo hacen se ven obligados a tratarla muy someramente. En cuanto a la ionización por impacto iónico, a las temperaturas usuales del plasma se mantiene muy por debajo de la correspondiente al electrónico por lo que no se ha considerado en esta versión [8](*).

Por último en el término "friccional" ΓF (rara vez presente) el factor F depende linealmente de los gradientes de densidad y temperatura, [12] [13] (cf. (3.11)).

Todos y cada uno de los términos que aparecen en el sistema de ecuaciones (3.1) vienen afectados en el código por coeficientes multiplicadores (no mostrados en esas expresiones), coeficientes que permiten reforzarlos o anularlos separadamente con el fin de observar su influencia. Asimismo los segundos miembros de cada una de las ecuaciones pueden ser anulados en bloque para simular la conservación en el tiempo de cada una de las magnitudes siguientes: n_i, p_e, p_i, B_θ, T_e y T_i.

(#) No obstante, en plasmas sumamente densos, puede volver a ser importante en el centro.

(*) Para H y $T_e \sim 10^2$ eV, $\langle \sigma v \rangle_{ion,e} \sim 2 \times 10^{-7}$ cm^3 sec^{-1}, $\langle \sigma v \rangle_{Recomb.} \sim 2 \times 10^{-14}$ cm^{3}sec^{-1} y si $T_i \sim 10^2$ eV, $\langle \sigma v \rangle_{ion,i} \sim 2 \times 10^{-14}$ cm^{3}sec^{-1}, $\langle \sigma v \rangle_{ch} \sim 5 \times 10^{-8}$ cm^3 sec^{-1}

3.2. Coeficientes de transporte.

Como ya se ha indicado en el § 2 los flujos de partículas y calor Γ, Q_e, Q_i así como la densidad de corriente eléctrica J y el factor F se expresan como combinaciones lineales de los gradientes de las otras magnitudes.

Con el fin de permitir la máxima versatilidad en la asignación de coeficientes de transporte, el código define unos coeficientes de transporte básicos sencillos, con relación a los cuales mide todos los demás. Estos coeficientes básicos son los de difusión toroidal y de conductividad eléctrica de Spitzer.

Así

$$D_e^T = \rho_{Te}^2 \nu_e \tag{3.7}$$

es el coeficiente de difusión electrónico toroidal, ρ_{Te} el radio de Larmor electrónico en el campo magnético toroidal, ν_e la frecuencia de colisión electrónica (cf. Apéndice I).

$$\chi_e^T = D_e^T \tag{3.8}$$

es la conductividad térmica electrónica toroidal

$$\chi_i^T = \rho_{Ti}^2 \nu_i \tag{3.9}$$

es la conductividad térmica iónica toroidal, siendo ρ_{Ti} el radio de Larmor iónico en el campo toroidal y ν_i la frecuencia de colisión iónica (cf. Apéndice I).

Por último [22]

$$\sigma_{/\!/} = \frac{1}{\eta_{/\!/}} = \frac{e^2 n_e}{m_e \nu_e} \frac{1}{1.96} \tag{3.10}$$

es la conductividad eléctrica longitudinal de Spitzer.

Tomando como base estos coeficientes la expresión de los flujos en función de los gradientes adopta la siguiente forma [12], [7]:

$$\Gamma_e = -n_e D_e^T \left[C_{11}\frac{n'_e}{n_e} + C_{12}\frac{T'_e}{T_e} + C_{13}\frac{p'_e}{p_e} + C_{14}\frac{T'_i}{T_i} + C_{15}\frac{p'_i}{p_i} \right] - C_{16}\, V_p\, n_e$$

$$Q_e = -n_e T_e \chi_e^T \left[C_{21}\frac{n'_e}{n_e} + C_{22}\frac{T'_e}{T_e} + C_{23}\frac{p'_e}{p_e} + C_{24}\frac{T'_i}{T_i} + C_{25}\frac{p'_i}{p_i} \right] - C_{26}\, V_p\, n_e\, T_e + \gamma\, T_e\, \Gamma_e$$

$$Q_i = -n_i T_i \chi_i^T \left[C_{31}\frac{n'_i}{n_i} + C_{32}\frac{T'_e}{T_e} + C_{33}\frac{p'_e}{p_e} + C_{34}\frac{T'_i}{T_i} + C_{35}\frac{p'_i}{p_i} \right] - C_{36}\, V_p\, n_i\, T_i + \gamma\, T_i\, \Gamma_i \qquad (3.11)$$

$$J = -n_e T_e W_J \left[C_{41}\frac{n'_e}{n_e} + C_{42}\frac{T'_e}{T_e} + C_{43}\frac{p'_e}{p_e} + C_{44}\frac{T'_i}{T_i} + C_{45}\frac{p'_i}{p_i} \right] + C_{46}\, \sigma_{/\!/}\, E$$

$$F = T_i \left[C_{51}\frac{n'_i}{n_i} + C_{52}\frac{T'_e}{T_e} + C_{53}\frac{p'_e}{p_e} + C_{54}\frac{T'_i}{T_i} + C_{55}\frac{p'_i}{p_i} \right]$$

en donde los coeficientes C_{ij} y γ son <u>adimensionales</u> y pueden poseer <u>cualquier</u> forma analítica.

En las expresiones anteriores junto a las magnitudes D_e^T, χ_e^T, χ_i^T y $\sigma_{/\!/}$ previamente definidas aparecen también

$$V_p = \frac{cE}{B_\theta}\, \varepsilon^{\frac{1}{2}} \qquad (3.12)$$

que es la velocidad de estricción de Ware [12].

$$\varepsilon^{\frac{1}{2}} = \left(\frac{r}{R}\right)^{\frac{1}{2}} \qquad (3.13)$$

la raiz cuadrada de la inversa de la razón de aspecto local, y

$$W_J' = \frac{c\, \varepsilon^{\frac{1}{2}}}{B_\theta} \qquad (3.14)$$

es el término de acoplo de la corriente de "Bootstrap" [6],[7]

Finalmente los términos $\gamma T_e \Gamma_e$ y $\gamma T_i \Gamma_i$ en los flujos de calor son de naturaleza convectiva, el valor concreto del factor γ es, ordinariamente, igual a 2/3 o 5/2.

Debe notarse que se ha empleado la relación entre los flujos de partículas electrónico e iónico

$$\Gamma_e = Z_p \Gamma_i \tag{3.15}$$

debida a la ambipolaridad [23] de la difusión en las escalas espaciales propias del transporte de plasma y a que se ha ignorado el transporte de impurezas.

Los términos que aparecen en (3.11) son ampliamente suficientes para dar cabida a todos los coeficientes de transporte imaginables. En el código los coeficientes $C_{ij}(y\,\gamma)$ pueden poseer cualquier forma funcional, su expresión concreta puede ser suministrada por el usuario mediante una subrutina propia denominada COEFTR (cf. § 7 y Ref. [1]) que puede construir dentro de amplísimos márgenes de libertad. Sin embargo si el usuario no la suministra, el código aporta una en su defecto, esta subrutina del sistema permite introducir los coeficientes de transporte más usuales (neoclásicos, pseudoclásicos, Pfirsch-Schlutter, empíricos, etc.), una descripción detallada de estas diversas opciones y coeficientes se encontrará en la Ref. [1].

3.3. Condiciones de contorno.

El sistema de ecuaciones en derivadas parciales (3.1) debe resolverse dando condiciones iniciales y de contorno.

Las condiciones de contorno que se utilizan son las siguientes. En el centro del plasma r = 0, por simetría las funciones n_i, p_e, p_i y J son pares, es decir poseen derivada nula en el origen, mientras que B_θ es impar.

En el borde exterior del plasma r = a las condiciones de contorno consisten en dotar de un valor constante en el tiempo, pequeño pero no nulo, a n_i, T_e y T_i. La condición de contorno para B_θ viene determinada por la 5ª ecuación de (3.1), en efecto integrando se tiene

$$B_\theta(a) = \frac{c}{4\pi a}\int_0^a rj(r)\ dr = \frac{0.2I(\text{Amp})}{a(\text{cm})}\ (\text{Gauss}) \qquad (3.16)$$

donde I es la corriente eléctrica total del plasma (en Amp.).

Por consiguiente el valor del campo magnético poloidal en el borde externo r = a viene determinado por la evolución temporal de la corriente, que es un dato exterior (cf. § 7).

En cuanto a las condiciones iniciales el código permite partir de perfiles radiales de n_i, T_e, T_i y J de la forma

$$(A - B)\left[1 - (r/a)^\alpha\right]^\beta + B$$

con A, B, α y β arbitrarios.

En el caso de la corriente eléctrica esta expresión analítica determina solo la forma del perfil radial ya que su valor absoluto es calculado por el propio programa para ajustarse al valor de la corriente eléctrica total del plasma en el instante inicial.

$$I = 2\pi\int_0^a rJ(r)\ dr$$

Por otro lado, existe también la posibilidad de hacer que el perfil radial inicial de J posea la forma

$$J \sim \left[T_e(r)\right]^\beta$$

Así como la de permitir que este perfil radial inicial sea exactamente proporcional a la conductividad eléctrica.

$$J \sim \sigma\ (r)$$

lo que corresponde a <u>campo eléctrico inicial uniforme</u>(*).

(*) Prescindiendo de la corriente de "Bootstrap"

Con esas condiciones iniciales y de contorno el sistema (3.1) debe poseer, en principio, solución única.

En el interior del código, por razones de comodidad numérica, en lugar de las magnitudes n_i, p_e, p_i y B_θ se han utilizado las siguientes

$$u_1 = \frac{n_i}{n_z}, \quad u_2 = \frac{n_e T_e}{n_z}, \quad u_3 = \frac{n_i T_i}{n_z} \text{ y } u_4 = \frac{B_\theta}{r} \tag{3.17}$$

donde $n_z = 10^{12}$ cm^{-3}. Su ventaja principal reside en que todas ellas poseen condiciones de contorno similares, en efecto, es evidente de la expresión de u_4 que al ser B_θ impar en el origen, u_4 es par y por consiguiente su derivada en ese punto, al igual que la del resto de las u's también es nula.

Además la condición de contorno en r = a para u_4 es simplemente

$$u_4(a) = \frac{0,2\ I}{a^2}$$

Por otro lado la ecuación para u_4 resultante de las dos últimas de (3.1) posee también una estructura similar a la de las otras tres ecuaciones, estructura que es del tipo de una ecuación de la difusión. En efecto es fácil comprobar que tras sustitución de (3.11) en (3.1), habida cuenta de (3.17), las ecuaciones quedan en la forma:

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} = \sum_{j=1}^{3} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[r d_{ij} \frac{\partial u_j}{\partial r} \right] + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[r b_i u_i \right] + A_i \quad (i = 1,2,3)$$

$$\frac{\partial u_4}{\partial t} = \sum_{j=1}^{3} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[d_{4j} \frac{\partial u_j}{\partial r} \right] + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[b_4\ u_2 \right] + \tag{3.18}$$

$$+ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[\frac{1}{r}\ d_{44} \frac{\partial}{\partial r} (r^2\ u_4) \right]$$

En donde por simplicidad se han agrupado en A_i (entre otros) todos los términos de fuente. Los coeficientes d_{ij} y b_i (como A_i) pueden ser fácilmente obtenidos a partir de las c_{ij} y dependen en principio de las propias funciones u, dotando al sistema (3.18) de un fuerte caracter no lineal.

4. METODO DE RESOLUCION NUMERICA.

El sistema (3.18) consta de cuatro ecuaciones no lineales de primer orden en el tiempo y de segundo en la coordenada radial, es de tipo parabólico, lineal en las derivadas y no homogéneo. Este sistema se resuelve en el código mediante un sistema de subrutinas separadas denominado SISIFO.

Expresado en forma matricial el sistema (3.18) puede ser puesto en la forma, [7].

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial t} = \overline{\overline{\sum}} \{\bar{u}\} \cdot \bar{u} \qquad (4.1)$$

donde $\bar{u} = \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ u_4 \end{pmatrix}$

y $\overline{\overline{\sum}}$ es un operador diferencial matricial (de dimensión 4 x 4) que aunque depende no linealmente de las variables $\underline{u}$ es lineal en las derivadas radiales 1ª y 2ª.

Dicho sistema de ecuaciones en derivadas parciales ha de resolverse con las condiciones iniciales (cf. § 3.3).

$$\bar{u}(r\,,\,t_o) = \bar{u}^{(o)}(r) \qquad \text{(dada)} \qquad (4.2)$$

y las de contorno

$$\bar{u}(a\,,\,t) = \bar{b} \qquad \text{(dada)} \qquad (4.3)$$

$$\bar{u}'(0\,,\,t) = \bar{0} \qquad (4.4)$$

El método de solución utilizado en SISIFO es un método parcialmente implícito (tipo Crank-Nicholson) (cf. § 4.2) y en el cual la no linearidad se trata por iteración con posibilidad de reducción automática del intervalo temporal. El método es linealmente estable en las situaciones normales presentes en el transporte de plasma (cf. § 4.4).

4.1. Método de linearización [7].

El proceso de linearización por iteración se realiza de la siguiente manera.

En el sistema (4.1) los términos no lineales, p. ej. del tipo uu', se sustituyen por expresiones lineales del tipo $u^{(o)}u'$, siendo $u^{(o)}$ una aproximación al verdadero valor u de la función.

De esta forma al comenzar el proceso, en el instante inicial, el sistema no lineal (4.1) se sustituye por el lineal

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial t} = \sum \left\{ u^{(o)} \right\} \cdot \bar{u} \qquad (4.5)$$

en donde, en este primer paso, $u^{(o)}$ es precisamente el perfil inicial (4.2).

Este sistema lineal (4.5) se resuelve, partiendo del perfil inicial (4.2), y con las condiciones de contorno (4.3) (4.4), mediante el método descrito en el § 4.2. Su resolución conduce a la función $u^{(1)}(r, t_o + \Delta t)$ solución del sistema linearizado (4.5) en un instante posterior al inicial $t_o + \Delta t$. Esta solución $u^{(1)}$ se vuelve a utilizar como aproximante en el proceso de linearización, es decir, se vuelve a sustituir en (4.1) términos del tipo uu' por $u^{(1)}u'$ lo que da lugar a un nuevo sistema linearizado.

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial t} = \sum \left\{ \bar{u}^{(1)} \right\} \cdot \bar{u} \qquad (4.6)$$

que se puede resolver, partiendo del mismo perfil inicial anterior (4.2) dando lugar a una nueva solución

$$u^{(2)} = u^{(2)}(r, t_o + \Delta t)$$

Con esta nueva función $u^{(2)}$ se puede continuar el proceso de linearización en forma iterativa hasta alcanzar algún criterio de convergencia.

De esta forma el sistema de ecuaciones en derivadas parciales no lineal (4.1) se sustituye, en cada paso temporal, por una serie iterativa de sistemas en derivadas parciales lineales, serie que se corta cuando un criterio de convergencia prefijado se supera, en ese momento la solución del sistema K-simo $u^{(K)}(r, t_o + \Delta t)$ se toma como el valor de la solución verdadera $u(r, t_o + \Delta t)$ al sistema no lineal (4.1).

El criterio de convergencia adoptado en el código es que el máximo valor de la diferencia relativa entre dos funcio

nes correspondientes a iteraciones sucesivas sea menor que cierta cota δ_o, es decir

$$\delta = \underset{\forall r \neq a}{\text{Máx}} \left\{ \frac{\left| |\bar{u}^{(K)}| - |\bar{u}^{(K-1)}| \right|}{|\bar{u}^{(K)}| + |\bar{u}^{(K-1)}|} \cdot 2 \right\} \leqslant \delta_o \qquad (4.7)$$

Normalmente, con $\delta_o = 10^{-3}$, salvo en casos patológicos, bastan 3 o 4 iteraciones para alcanzar convergencia.

No obstante, si al cabo de cierto número NITX de iteraciones (normalmente 10) la convergencia no se consigue, se vuelve a comenzar el proceso con un paso temporal reducido a la mitad.

Si, aún así, al cabo de NITTX reducciones del paso temporal (normalmente 5), tampoco se logra alcanzar la convergencia se imprime un diagnóstico y se continua, pese a todo, hacia el siguiente paso temporal, reteniendo como solución la correspondiente a la última iteración.

Este proceso se establece para cada paso temporal y de esta forma se va avanzando en el tiempo paso a paso. Cuando se están obteniendo valores correspondientes al instante t_n, la aproximación para $\underline{u}$ que se elige para obtener el primer sistema linearizado es, precisamente, el valor de la función en el instante anterior $t_{n-1} = t_n - \Delta t$.

4.2. Resolución de los sistemas linearizados.

La resolución de cada sistema en derivadas parciales linearizado (4.5) (4.6) se efectua mediante un método parcialmente implícito del tipo Crank-Nicholson [6] [16] [17].

Este método se basa en la relación

$$u(t) = u(t - \Delta t) + \Delta t \cdot \dot{u}(t - \frac{\Delta t}{2}) + \frac{1}{3}(\frac{\Delta t}{2})^3 \; \dddot{u}(t - \Delta t/2) + \ldots \qquad (4.8)$$

donde

$$\dot{u} \equiv \frac{\partial u}{\partial t}$$

De modo que si para abreviar, usamos la notación(*)

$$u^{(n)} = u(t_n) \quad , \qquad u^{(n-1)} = u(t_n - \Delta t)$$

$$u^{(n-\frac{1}{2})} = u(t_n - \Delta t/2) \tag{4.9}$$

Se tendrá

$$u^{(n)} = u^{(n-1)} + \Delta t . \dot{u}^{(n-\frac{1}{2})} + \frac{1}{24} (\Delta t)^3 \cdot \dddot{u}(\xi) \tag{4.10}$$

que establece una relación entre los valores de la función en pasos temporales sucesivos y la derivada en la <u>mitad</u> del intervalo.

Esta expresión puede servir para obtener un algoritmo de aproximación de los sistemas no lineales (4.1)

$$u^{(n)} = u^{(n-1)} + \Delta t . \sum \left\{ u^{(n-\frac{1}{2})} \right\} . u^{(n-\frac{1}{2})} \tag{4.11}$$

expresión que nos permitiría calcular $u^{(n)}$ conocido $u^{(n-1)}$ si conociesemos $u^{(n-\frac{1}{2})}$, ahora bien

$$u^{(n-\frac{1}{2})} = \frac{u^{(n)} + u^{(n-1)}}{2} - \frac{(\Delta t)^3}{8} \ddot{u}^{(n-\frac{1}{2})} + \ldots \tag{4.12}$$

lo que sustituido en (4.11) conduce a

$$\boxed{u^{(n)} = u^{(n-1)} + \frac{\Delta t}{2} \left[\sum \left\{ \frac{1}{2} \left[u^{(n)} + u^{(n-1)} \right] \right\} . (u^{(n)} + u^{(n-1)}) \right]} \tag{4.13}$$

El término residual de (4.13) es del orden de $(\Delta t)^3$ y en el <u>caso lineal</u> ($\sum$ no dependiente de <u>u</u>) posee por expresión

---

(*) A partir de ahora el superíndice (<u>n</u>) se refiere a valores del <u>tiempo</u> y no debe ser confundido con el utilizado en el § 4.1 para indicar iteraciones.

$$O(\Delta t^3) \sim -\frac{1}{12}(\Delta t)^3 \dddot{u}(\xi) \qquad \text{(caso lineal)} \qquad (4.14)$$

Por consiguiente el algoritmo (4.13) nos permite calcular $u^{(n)}$ dado $u^{(n-1)}$ (valor de la función en el paso temporal anterior), el error cometido es del orden de $(\Delta t)^3$ y en el caso lineal esa relación es exacta si u varía cuadráticamente con t (aparición de $\dddot{u}$ en (4.14)).

El algoritmo (4.13) es del tipo denominado Crank-Nicholson [16] [17] y ha sido adoptado en SISIFO. En rigor es sobre la expresión (4.13) en donde se efectua el proceso de linearización descrito en el § 4.1.

La combinación del algoritmo de discretización temporal Crank-Nicholson (4.13) y del proceso de linearización del § 4.1 permite la obtención, paso a paso, de las soluciones a lo largo del tiempo. El paso temporal Δt puede escogerse, bien constante y prefijado, bien ser calculado por el propio programa reduciendolo o aumentandolo conforme a las variaciones temporales de las funciones u. En este último caso el programa calcula la magnitud

$$\delta_u = \underset{\forall r}{\text{Máx}} \left\{ \frac{\left| |u^{(n)}| - |u^{(n-1)}| \right|}{|u^{(n-1)}|} \right\} \qquad (4.15)$$

que no es sino la variación relativa máxima de las funciones entre dos pasos temporales consecutivos(*). Esta magnitud da idea de la variación de u durante el paso temporal en cuestión.

Pues bien, el código elige el paso temporal siguiente Δt_{n+1} a partir de la expresión [25]

$$\Delta t_{n+1} = \frac{\Delta t_n}{\frac{\delta u}{f_T} + \alpha_T} \qquad (4.15')$$

(*) Que no debe ser confundida con δ (4.7) que se refiere a funciones correspondientes a iteraciones sucesivas pertenecientes al mismo paso temporal.

donde tanto α_T como f_T pueden ser escogidas por el usuario (normalmente $f_T = 0.05$ y $\alpha_T = 0.01$).

Esta fórmula hace que la elección del paso temporal sea tal que tiende a mantener constante a la magnitud δ_u de un paso a otro

$$\delta_u \simeq \delta_u^* = (1 - \alpha_T)\ f_T$$

el intervalo se acorta si $\delta_u > \delta_u^*$ y se alarga en caso contrario.

4.3. Discretización radial.

El algoritmo (4.13) permite la discretización de las ecuaciones respecto a la variable temporal, sin embargo para calcular la actuación del operador diferencial Σ sobre $\underline{u}$ (recuerdese que Σ contiene derivadas radiales de 1er y 2º orden, cf. (3.18)) es necesario discretizar también la variable radial.

Para ello se establece una red radial equiespaciada, con intervalo Δr, de $\underline{N}$ puntos ($N \leqslant 101$ en PLASMATOR) que comprende como primer y último puntos el origen y el extremo.

$$r_1 = 0 \quad , \quad r_N = a$$

Con respecto a esta red espacial pueden ser aproximados los operadores diferenciales mediante fórmulas en diferencias. En el código esta aproximación se efectúa mediante el método denominado "conservativo" [16]. Su finalidad consiste en mantener exactamente las "leyes de conservación" que en forma integral se deducen de las "ecuaciones de continuidad" (3.18) aún cuando haya términos no lineales y la geometría no sea plana.

Efectivamente en una ecuación de continuidad del tipo

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left[r\ D \frac{\partial u}{\partial r} \right] + S$$

la forma integral de la ley de conservación adopta la expresión

$$\frac{\partial}{\partial t}\int_o^r rudr = \left[r\, D\frac{\partial u}{\partial r}\right]_o^r + \int_o^r r\, S\, dr =$$

$$= \left[r\, D\frac{\partial u}{\partial r}\right]_r - \lim_{r\to o}\left[r\, D\frac{\partial u}{\partial r}\right] + \int_o^r r\, S\, dr \qquad (4.16)$$

La regla general que rige en estos casos, [16] [25] [26], consiste en definir las magnitudes u como promedios extendidos en una anchura $\frac{\Delta r}{2}$ a un lado y otro de cada punto de la red espacial.

$$u_j \equiv \frac{1}{r_j \Delta r}\int_{r_j-\Delta r/2}^{r_j+\Delta r/2} r' u(r')\, dr' \qquad (4.17)$$

(salvo en los puntos extremos)
u_j así definido difiere de $u(r_j)$ solo en términos del orden de $(\Delta r)^2$. Mientras que derivadas e integrales de las magnitudes - (en particular los flujos y la densidad de corriente eléctrica) se definen en los puntos medios de los intervalos

$$\Gamma_{j-\frac{1}{2}} = \Gamma\left(r_j - \frac{\Delta r}{2}\right) \qquad (4.18)$$

Con estas normas de actuación todos los operadores diferenciales pueden ser discretizados.

Como ejemplo se deducirá el caso del término "difusivo".

$$\Sigma u \equiv \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left[r\, D\frac{\partial u}{\partial r}\right] \qquad (4.19)$$

Se tendrá, despreciando términos de orden $(\Delta r)^2$ (cf.(4.21))

$$(\Sigma u)_j = \frac{1}{r_j}\,\frac{r_{j+\frac{1}{2}}\, D_{j+\frac{1}{2}}\, u'_{j+\frac{1}{2}} - r_{j-\frac{1}{2}}\, D_{j-\frac{1}{2}}\, u'_{j-\frac{1}{2}}}{\Delta r} \qquad (4.20)$$

siendo

$$u'_{j+\frac{1}{2}} \equiv \left[\frac{\partial u}{\partial r}\right]_{r=r_j+\frac{\Delta r}{2}}$$

Ahora bien

$$u'_{j+\frac{1}{2}} = \frac{1}{\Delta r}\left[u_{j+1} - u_j\right] + \frac{(\Delta r)^2}{24}\, u'''_{\xi} \qquad (4.21)$$

Mientras que

$$D_{j+\frac{1}{2}} = \frac{1}{2}\left[D_{j+1} + D_j\right] + \frac{(\Delta r)^2}{2} D''_{\xi} \qquad (4.22)$$

Por consiguiente, despreciando términos de orden igual o superior a $(\Delta r)^2$, podemos sustituir la expresión diferencial (4.19) por la expresión en diferencias

$$(\Sigma u)_j \approx \frac{1}{r_j(\Delta r)^2}\left[(r_{j+\frac{1}{2}} D_{j+\frac{1}{2}})\, u_{j+1} - (r_{j+\frac{1}{2}} D_{j+\frac{1}{2}} + r_{j-\frac{1}{2}} D_{j-\frac{1}{2}})u_j + \right.$$

$$\left. + (r_{j-\frac{1}{2}} D_{j-\frac{1}{2}})\, u_{j-1}\right] \qquad)4.23)$$

Donde $D_{j\pm\frac{1}{2}}$ y $r_{j\pm\frac{1}{2}}$ vienen dados por fórmulas similares a las (4.22).

Es inmediato comprobar que la "ley de conservación" (4.16) se mantiene exactamente si, usando el algoritmo (4.23), las integrales vienen definidas, como es natural de (4.17), mediante:

$$\int_0^{r_{j+\frac{1}{2}}} r\, u\, dr = \sum_{K=0}^{j} r_K\, u_K \cdot \Delta r$$

La aproximación (4.23) (4.22) a (4.19) es exacta para u cuadrática y D lineal y en cualquier caso válida para órdenes inferiores a $(\Delta r)^2$ y es fácil comprobar que para el caso de D constante y geometría plana (ausencia de factores $\frac{1}{r}$ y r) coincide con la fórmula usual de derivación centrada.

Mediante este método, todos y cada uno de los términos de (3.18) pueden ser discretizados en forma similar, con ello $\bar{\bar{\Sigma}} \cdot \bar{u}$ puede ser expresado, fuera de los extremos j = 1 y N, en la forma(*)

$$(\bar{\bar{\Sigma}} \cdot \bar{u})_j = \bar{\bar{A}}'_j \cdot \bar{u}_{j+1} + \bar{\bar{B}}'_j \cdot \bar{u}_j + \bar{\bar{C}}'_j \cdot \bar{u}_{j-1} + \bar{V}_j \qquad (4.24)$$

$$(j = 2, 3, \ldots. N-1)$$

(*) Recuerdese que Σ es un operador diferencial matricial de dimensión 4 x 4.

con lo cual sustituyendo (4.24) en (4.13) llegamos a la expresión final

$$\boxed{\left[- \bar{\bar{A}}_j \cdot \bar{u}_{j+1}^{(n)} + \bar{\bar{B}}_j \cdot \bar{u}_j^{(n)} - \bar{\bar{C}}_j \cdot \bar{u}_{j-1}^{(n)} \right] = \bar{D}_j \qquad (j = 2,\ 3,\ \ldots\ N-1)} \tag{4.25}$$

Siendo

$$\boxed{\begin{aligned}
\bar{\bar{A}}_j &= \frac{1}{2}\,\Delta t \cdot \bar{\bar{A}}'^{(n-\frac{1}{2})}_j \\
\bar{\bar{C}}_j &= \frac{1}{2}\,\Delta t \cdot \bar{\bar{C}}'^{(n-\frac{1}{2})}_j \\
\bar{\bar{B}}_j &= \bar{\bar{I}} - \frac{1}{2}\,\Delta t \cdot \bar{\bar{B}}'^{(n-\frac{1}{2})}_j \\
\bar{D}_j &= \bar{u}_j^{(n-1)} + \frac{\Delta t}{2}\left[\bar{\bar{A}}'^{(n-\frac{1}{2})}_j \cdot \bar{u}_{j+1}^{(n-1)} + \bar{\bar{B}}'^{(n-\frac{1}{2})}_j \cdot \bar{u}_j^{(n-1)} + \right. \\
&\qquad \left. + \bar{\bar{C}}'^{(n-\frac{1}{2})}_j \cdot \bar{u}_{j-1} \right] + \Delta t \cdot \bar{V}_j^{(n-\frac{1}{2})}
\end{aligned}} \tag{4.26}$$

Con la expresión (4.25) hemos reducido el sistema de ecuaciones en derivadas parciales linearizado (4.5) (4.6) a un sistema <u>ordinario lineal tridiagonal</u> (cada ecuación correspondiente a un valor determinado de j se encuentra acoplada exclusivamente a los valores de j contiguos). Para los <u>N</u> valores de $\bar{u}$ existen <u>N - 2</u> ecuaciones matriciales del tipo (4.25), las condiciones de contorno (4.4) en el origen (j = 1) y (4.3) en el extremo (j = N) suministran las dos ecuaciones restantes que permiten resolver, en principio, el sistema.

La resolución de este sistema tridiagonal se efectua mediante el algoritmo de Richtmyer [7], [6], [16], [17] que es un caso particular de eliminación gaussiana.

Ello conduce a que cada valor radial de <u>u</u> se obtiene del anterior a través de (cf. Ref. [7])

$$\bar{u}_j = \bar{\bar{G}}_j \cdot \bar{u}_{j+1} + \bar{H}_j \qquad (j = N-1,\ N-2, \ldots\ 3, 2) \tag{4.27}$$

mediante coeficientes G y H obtenidos por iteración ascendente

$$\begin{aligned} \bar{\bar{G}}_j &= (\bar{\bar{B}}_j - \bar{\bar{C}}_j \cdot \bar{\bar{G}}_{j-1})^{-1} \cdot \bar{\bar{A}}_j \\ \bar{H}_j &= (\bar{\bar{B}}_j - \bar{\bar{C}}_j \cdot \bar{\bar{G}}_{j-1})^{-1} \cdot (\bar{D}_j + \bar{\bar{C}}_j \cdot \bar{H}_{j-1}) \end{aligned} \qquad (j=2,3,..N-1) \quad (4.28)$$

como es fácil comprobar por simple sustitución, [6], [16].

Con ello primero se obtienen, mediante (4.28) los coeficientes G y H en orden radial ascendente, para lo cual son necesarios G_1 y H_1. Estos últimos se obtienen de la condición de contorno en $r = 0$ (4.4)

$$\bar{u}'(0) = 0$$

es decir, despreciando términos en $(\Delta r)^2$, cf (4.21)

$$u_1 = u_2$$

lo que, comparado con (4.27) conduce a

$$\bar{\bar{G}}_1 = \bar{\bar{I}} \quad , \quad \bar{H}_1 = \bar{0}$$

Una vez obtenidos todos los $\bar{\bar{G}}$ y $\bar{H}$, la fórmula (4.27) permite obtener las u_j en orden descendente sin más que considerar que la condición de contorno en $r = a$ (4.3) proporciona u_N

$$\bar{u}_N = \bar{b}$$

Lo que resuelve completamente el sistema tridiagonal (4.25).

Debe notarse que cada paso radial ascendente en (4.28) implica la inversión de la matriz 4 x 4 $(\bar{\bar{B}}_j - \bar{\bar{C}}_j \cdot \bar{\bar{G}}_{j-1})$, inversión que en el código se efectua mediante un método de reducción Gauss-Jordan por medio de la subrutina GJR del MATH PACK de UNIVAC, cf. § 4.5.

4.4. Estabilidad numérica del proceso.

La estabilidad numérica del método es fácilmente analizable mediante los métodos habituales [16][17], no es dificil

comprobar la afirmación, reiterada en todas las publicaciones referentes a métodos numéricos de este tipo, de que la estabilidad lineal está garantizada cuando los coeficientes de difusión y conductividad térmica son no negativos [16] [17] y cuando los términos de fuente predominantes poseen una dependencia decreciente con las funciones [16].

Afortunadamente estas condiciones son las habituales en el transporte de plasma en Tokamaks, ya que el término de efecto Joule acostumbra a ser predominante. En efecto $EJ \sim \eta J^2$ y mientras el "nivel" de J depende de la intensidad de corriente, que es un dato externo, la resistividad η decrece fuertemente con la temperatura ($\eta \sim T_e^{-3/2}$, cf. Apéndice I). Algo similar ocurre con los términos de transferencia de energía colisional así como con la dependencia de la fuente de ionización con la temperatura. Por todo ello, en los casos normales dada la fuerte predominancia del efecto Joule y de la transferencia colisional, la estabilidad numérica se mantiene.

No obstante, en algún caso patológico en que estos términos se encontraran ausentes o no fueran predominantes, la estabilidad podría no producirse. En estos casos se observa una reducción drástica del paso temporal pudiendose llegar a una ausencia sistemática de convergencia. Estas situaciones son extremadamente raras y, como regla general, aparecen solamente en aquellos casos en que los términos convectivos son netamente predominantes [16].

A título de ilustración vamos a examinar, brevemente, la estabilidad numérica en dos situaciones extremas: (a) en el caso lineal homogéneo, en particular cuando solo aparecen términos difusivos, y (b) en el caso no homogéneo, no lineal.

a) Caso lineal homogéneo.

En esta situación el operador diferencial Σ (4.24) carece de término en V. Esta expresión, junto con el algoritmo (4.13), conduce a

$$u_j^{(n)} = u_j^{(n-1)} + \frac{\Delta t}{2}\left[A_j'(u_{j+1}^{(n)} + u_{j+1}^{(n-1)}) + B_j'(u_j^{(n)} + u_j^{(n-1)}) + C_j'(u_{j-1}^{(n)} + u_{j-1}^{(n-1)})\right] \tag{4.29}$$

Ahora bien, por ser la ecuación, en este caso concreto, lineal y homogénea la solución podrá ponerse como superposición de modos de Fourier, [16], [17] :

$$u_j^{(n)} \approx u(r_j, t^{(n)}) = \sum_{\lambda\mu} A^*_{\lambda\mu} \lambda^n e^{i\mu j} \tag{4.30}$$

cada uno de los cuales evoluciona separadamente.

Detengamonos en uno de estos modos de Fourier

$$u_j^{(n)} = \lambda^n e^{ij\mu}$$

Sustituyendo (4.30) en (4.29) y dividiendo por

$\lambda^{n-1} e^{i\mu j}$ resulta:

$$\lambda = 1 + \frac{\Delta t}{2}\left[A'(\lambda+1)e^{i\mu} + B'(\lambda+1) + C'(\lambda+1)e^{-i\mu}\right]$$

Es decir

$$\lambda = \frac{1+\frac{\Delta t}{2}\left[A'e^{i\mu} + B' + C'e^{-i\mu}\right]}{1-\frac{\Delta t}{2}\left[A'e^{i\mu} + B' + C'e^{-i\mu}\right]} =$$

$$= \frac{1+\frac{\Delta t}{2}\left[B' + (A'+C')\cos\mu\right] + i\frac{\Delta t}{2}(A'-C')\operatorname{sen}\mu}{1-\frac{\Delta t}{2}\left[B' + (A'+C')\cos\mu\right] - i\frac{\Delta t}{2}(A'-C')\operatorname{sen}\mu} \tag{4.31}$$

La condición de estabilidad numérica establece que - (cf. Ref. [16], [17])

$$\boxed{|\lambda| \leqslant 1 \quad , \quad \forall\mu} \tag{4.32}$$

ya que, en caso contrario, la influencia de este modo de Fourier crecería, en módulo, de cada paso temporal al siguiente.

Esta condición implica que, dado que en (4.31) numerador y denominador poseen parte imaginaria igual y opuesta, debe verificarse, para que se cumpla (4.32):

$$\left|1+\frac{\Delta t}{2}\left[B' + (A'+C')\cos\mu\right]\right| \leqslant \left|1-\frac{\Delta t}{2}\left[B' + (A'+C')\cos\mu\right]\right|$$

es decir

$$B' + (A' + C') \cos\mu \leqslant 0 \qquad \forall\mu$$

y como ésto debe verificarse para cualquier μ, la condición de estabilidad (4.32) se traduce en

$$\boxed{B' \leqslant 0 \quad , \quad |A' + C'| \leqslant |B'| \quad \text{(ESTABILIDAD)}} \qquad (4.33)$$

Para el caso particular de términos puramente difusivos (4.19), se tiene, cf. (4.23),

$$B' = -(A' + C')$$

por consiguiente habrá estabilidad si $A' + C' \geqslant 0$, es decir - (cf. (4.23)) si las D (coeficientes de difusión y de conductividad térmica) son no negativos.

Cualquier otro caso (lineal y homogéneo) es analizable por el mismo método.

b) Caso no lineal, no homogéneo.

Aquí supondremos que el operador $\sum$ de (4.24) posee solamente el término inhomogéneo $V\{u\}$, que puede depender de u no linealmente.

El algoritmo (4.13) adopta ahora la forma

$$u_j^{(n)} = u_j^{(n-1)} + \Delta t \,.\, V\left\{\frac{1}{2}\left[u_j^{(n)} + u_j^{(n-1)}\right]\right\} \qquad (4.34)$$

En este caso ya no procede una descomposición en modos de Fourier. Por el contrario, supongamos que en cada paso temporal (n) se produce un pequeño error $\varepsilon^{(n)}$ y veamos como se propaga de un paso al siguiente; se tendrá [16]:

$$u^{(n)} + \varepsilon^{(n)} = u^{(n-1)} + \varepsilon^{(n-1)} + \Delta t \,.\, V\left\{\frac{1}{2}\left[(u^{(n)} + \varepsilon^{(n)}) + (u^{n-1)} + \varepsilon^{(n-1)})\right]\right\} \qquad (4.35)$$

es decir, desarrollando en serie y reteniendo solo términos de primer orden en ε

$$\varepsilon^{(n)} = \varepsilon^{(n-1)} + \frac{\Delta t}{2}\,(\varepsilon^{(n)} + \varepsilon^{(n-1)}) \,.\, V'\left\{u^{(n-\frac{1}{2})}\right\} \qquad (4.36)$$

siendo V' la derivada funcional de V respecto a u.

Con ello el factor de amplificación del error será:

$$g^{(n)} = \frac{\varepsilon^{(n)}}{\varepsilon^{(n-1)}} = \frac{1 + \frac{\Delta t}{2} V' \left\{ u^{(n-\frac{1}{2})} \right\}}{1 - \frac{\Delta t}{2} V' \left\{ u^{(n-\frac{1}{2})} \right\}} \tag{4.37}$$

y existirá estabilidad numérica si [16]

$$\boxed{\left| g^{(n)} \right| \leqslant 1} \tag{4.38}$$

lo que implica

$$\boxed{V' \leqslant 0 \quad (\underline{\text{ESTABILIDAD}})} \tag{4.39}$$

Es decir, el método es estable si <u>V</u> <u>decrece</u> con <u>u</u>

En la práctica ambas situaciones (a) y (b) se encuentran presentes junto a términos no difusivos. Un análisis detallado de cada caso se sale del marco de este escrito y no aportaría nuevo contenido físico.

c) <u>Estabilidad del proceso de linearización.</u>

El análisis anterior ilustra la estabilidad del algoritmo de Crank-Nicholson (4.13) (4.25), sin embargo no aporta información sobre la estabilidad del proceso de linearización del §4.1, un análisis completo de este último sería excesivamente complejo y nos limitaremos exclusivamente a una discusión <u>informal</u> del caso <u>no homogéneo</u> (4.34).

Si para exponer la aplicación del método de linearización del §4.1 a (4.34) representamos por $\underline{w}^{(k)}$ y $\underline{w}^{(k-1)}$ las funciones correspondientes a las iteraciones <u>k</u> y <u>k-1</u> -ésima y mantenemos la notación $u^{(n-1)}$ para el valor de la función correspondiente al paso temporal anterior, se tendrá como algoritmo del proceso iterativo: (cf. (4.34), (4.5) et seq.)

$$w^{(k)} = u^{(n-1)} + \Delta t \, . \, V \left\{ \frac{1}{2} \left[w^{(k-1)} + u^{(n-1)} \right] \right\} \tag{4.40}$$

Efectuando un análisis de propagación de errores -

idéntico al del apartado (b), llegamos fácilmente a que la condición de estabilidad numérica del proceso iterativo es:

$$\boxed{\left|\frac{\Delta t}{2}.V'\right| \leqslant 1 \quad \text{(ESTABILIDAD)}} \tag{4.41}$$

lo que establece una limitación sobre el paso temporal Δt.

Por consiguiente para que todo el conjunto de procesos posea estabilidad numérica no basta que V' sea negativa (cf.(4.39) sino que su producto por Δt ha de ser inferior a cierta cota.

Esta condición (4.41) explica porqué en la práctica, cuando el efecto Joule o los términos de transferencia colisional son predominantes, el paso temporal puede ser aumentado progresivamente a medida que la descarga avanza, es decir, a medida que aumenta la temperatura. Esto se debe a que tanto EJ como ν_{ei} (Apéndice I) se comportan como $T_e^{-3/2}$ (y su derivada como $T_e^{-5/2}$) y por consiguiente decrecen al crecer T_e.

La elección del paso temporal mediante la fórmula (4.15') del final del § 4.2 favorece una tendencia a que la condición de estabilidad (4.41) para el proceso iterativo se mantenga. Esto puede intuirse a partir del siguiente razonamiento meramente cualitativo.

La ecuación diferencial de donde procede el algoritmo (4.40) es

$$\dot{u} = V$$

esto quiere decir que la magnitud δ_u de (4.15)

$$\delta_u = \underset{\forall r}{\text{Máx}} \left\{ \frac{\left| |u^{(n)}| - |u^{(n-1)}| \right|}{|u^{(n)}|} \right\}$$

obedece, en orden de magnitud, la relación

$$\delta_u \sim \frac{V}{u} \Delta t \tag{4.42}$$

y si suponemos para V un comportamiento del tipo

$$V \sim u^{\gamma}$$

($\gamma \sim -\frac{3}{2}$ para el caso en que el efecto Joule o los términos coli

sionales predominan) se tendrá:

$$V' \sim \gamma \frac{V}{u}$$

así pues, cf. (4.42)

$$\delta_u \sim \frac{1}{\gamma} V' \cdot \Delta t$$

Por consiguiente la condición de estabilidad (4.41) implica

$$\left| \frac{\Delta t}{2} \cdot V' \right| \sim \frac{|\gamma|}{2} \delta_u \leqslant 1$$

De donde se deduce que la tendencia expresada en la fórmula (4.15') a mantener δ_u constante y con valor pequeño (algunos tantos por cien, normalmente 5 %) favorece la estabilidad numérica del proceso iterativo.

Esta estimación de órdenes de magnitud no debe considerarse como una demostración sino, simplemente, como el reflejo de una tendencia. En la práctica, dada la complejidad y el fuerte caracter no lineal de las ecuaciones, solo el análisis detallado de cada situación concreta puede confirmar las condiciones de estabilidad.

4.5. Desacoplo de las ecuaciones.

Como ya se ha indicado en § 4.3 la resolución del sistema tridiagonal (4.25) implica la inversión, en cada paso radial (4.28), de una matriz 4 x 4. Pudiera ser ventajoso, desde el punto de vista de rapidez y precisión del cálculo, evitar la necesidad de esa inversión. Esta posibilidad se basa en la ámplia libertad de que se dispone para la linearización de cada término del sistema (4.1). En efecto un término del tipo $u_1 u_2$ puede linearizarse de muchas formas distintas(*): $u_1^{(0)} u_2$, $u_1 u_2^{(0)}$,

---

(*) Obviamente aquí los subíndices 1 y 2 ya no se refieren a valores radiales de la función sino a funciones distintas.

$u_1^{(0)} u_2^{(0)}$, $\frac{1}{2}(u_1^{(0)} + u_1)\ u_1^{(0)}$, etc, etc. Por ello es posible linearizar los sistemas de modo que cada ecuación quede "desacoplada" de las restantes sin más que sustituir las funciones correspondientes a las otras ecuaciones por sus valores en la iteración anterior. De esta forma las matrices 4 x 4 $\bar{\bar{A}}$, $\bar{\bar{B}}$ y $\bar{\bar{C}}$ de (4.25) poseerán solamente elementos diagonales y lo mismo ocurrirá con $\bar{\bar{G}}$, cf (4.28), por lo que la matriz $\bar{\bar{B}} - \bar{\bar{C}} \cdot \bar{\bar{G}}$ a invertir en (4.28) también será diagonal y su inversión será trivial.

Esta opción de "desacoplo" de las ecuaciones puede ser escogida libremente por el usuario, se consigue con ella una ligera reducción del tiempo de cálculo que puede ser ventajosa en simulaciones muy largas.

Conviene recordar, finalmente, que otras opciones posibles consisten en mantener artificialmente constantes, e iguales a sus perfiles iniciales, cualquiera de las magnitudes n_i, p_e, p_i, B_θ y también T_e y T_i.

5. MODULO DE NEUTROS [18].

El cálculo de la evolución para la densidad y temperatura de las partículas neutras $n_o(r, t)$, $T_o(r, t)$, se efectua mediante el código SPUDNUT, Ref. [18], desarrollado por K.Audenaerde de la Universidad de Wisconsin.

Se trata de un código que analiza el transporte de partículas neutras resolviendo la ecuación de Boltzmann en su forma integral [2], en geometría plana, teniendo en cuenta procesos de intercambio de carga e ionización y permitiendo la posibilidad de reflexión de neutros rápidos en la pared.

La fuente de neutros frios se supone situada en la pared, en donde se originan con energía media E_o y distribución isotrópica. Estos neutros que se supone viajan todos a la misma velocidad $(\frac{2E_o}{m})^{\frac{1}{2}}$ (velocidad más probable correspondiente a una distribución maxwelliana con energía media E_o), provocan por cambio de carga la aparición de nuevos neutros, más rápidos, cuya energía media se supone igual a la local de los iones y cuya distribución se supone isotrópica. A la vez los neutros pueden desaparecer por ionización electrónica.

De esta forma, por generaciones sucesivas, suponiendo siempre que los neutros viajan a una única velocidad (la más probable) se obtienen, mediante un proceso iterativo convergente, los perfiles para la densidad de neutros, fuente de ionización y de cambio de carga, de esta última magnitud se deduce el perfil de temperatura de los neutros (cf. fórmula (3.6)).

La principal ventaja de dicho código reside en su extremada rápidez de cálculo sin pérdida de precisión. Se encontrará en la Ref. [18] una descripción completa junto con series de comparaciones de sus resultados con los obtenidos por otros códigos.

La fuente de neutros frios se supone situada en la pared externa del plasma y provocada por el flujo de iones que emergen de él. Un coeficiente de "reciclado" permite dar cuenta de este efecto [26]. También se permite el aporte de neutros originado por la inyección de gas frio ("gas puffing"), en la versión actual de PLASMATOR esta inyección se supone constante en el tiempo.

A partir de los valores de la densidad y temperatura de los neutros pueden obtenerse fácilmente los diversos términos de fuente (3.3), (3.4) y (3.6).

Junto a este modelo completo de neutros (que es el que en principio se recomienda) existen en el código tres modelos muy simplificados (reliquias históricas de la infancia de PLASMATOR). Estos tres modelos alternativos corresponden a las siguientes hipótesis físicas

a) Fuente de ionización S_i, cf (3.3), constante en el tiempo, con perfil radial fijo expresado analíticamente. Este modelo obedece a un comportamiento empírico observado en el ORMAK, cf. Ref. [21].

b) Fuente de ionización con perfil fijo (como en (a)) pero con nivel calculado de manera que se mantenga constante el <u>número total</u> de partículas [7].

c) Perfil de densidad de neutros dado analíticamente con posible variación en el tiempo de tipo Frank-Condon [5].

La ventaja de estos tres modelos "ad hoc" reside exclusivamente en su simplicidad y rapidez de cálculo que permite efectuar estimaciones globales y comparaciones.

Cuando se permite la presencia de neutros es posible, con cualquiera de los modelos, elegir una opción que permite mantener la densidad iónica constante en el tiempo, e igual a su perfil inicial, pero que, a diferencia de la opción citada en §4.5, calcula el flujo de partículas a partir de la fuente de ionización. Es decir, que de la 1ª ecuación (3.1)

$$\frac{\partial n_i}{\partial t} = - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[r \, \Gamma_i \right] + S_i$$

si se mantiene $n_i(r)$ = cte.

$$\frac{\partial n_i}{\partial t} = 0$$

debe verificarse por consiguiente

$$\Gamma_i(r) = \frac{1}{r} \int_0^r r' \, S_i(r') \, dr'$$

que es la expresión del flujo que se utiliza en esta opción en el resto del código, haciendo caso omiso de la que se obtiene de los coeficientes de difusión (3.11).

6. MODULO DE IMPUREZAS.

Se trata de la parte más reciente y menos desarrollada del código ya que (por el momento) no se considera el transporte de impurezas, éstas se suponen dotadas de un perfil de densidad proporcional, bien a la densidad electrónica, bien a la iónica, proporción de impurezas que se considera constante en el tiempo.

Se permiten en el módulo hasta tres tipos de impurezas (C, O y Fe) cuyos estados internos de carga se supone que obedecen a las ecuaciones del equilibrio corona [6]. Para ello se han utilizado los coeficientes de ajuste polinómico obtenidos por D.E. Post et al. (cf. Refs. [20] y [19]) mediante el modelo de "Z-medio". Este conjunto de coeficientes permite calcular en cada punto (es decir, para cada valor de la temperatura) y para cada tipo de impurezas los valores de $\langle Z \rangle$ y $\langle Z^2 \rangle$ que corresponden, respectivamente, al valor medio de la carga y de su cuadrado extendido sobre todos los estados de ionización. También proporciona el valor de L: potencia total radiada por ese tipo de impurezas por par de partículas presentes.

Con estos valores medios $\langle Z \rangle$, $\langle Z^2 \rangle$ y L pueden obtenerse las magnitudes siguientes:

Densidad electrónica total

$$n_e(r) = Z_p \, n_i(r) + \sum_{j=1}^{3} n_j(r) \, \langle Z_j \rangle \tag{6.1}$$

Donde Z_p es la carga de los iones básicos del plasma (normalmente la unidad)

El índice j representa cada uno de los tres tipos de impurezas

$n_j(r)$ es el perfil de la densidad de impurezas de tipo j

y se tiene una de las dos opciones siguientes

$$n_j(r) = \begin{cases} \alpha_j \, n_e(r) \\ \alpha_j \, n_i(r) \end{cases} \tag{6.2}$$

α_j es la fracción de impurezas frente a electrones o iones que se supone constante y uniforme.

Carga media del plasma

$$\bar{Z}(r) = \frac{n_e(r)}{n_i(r)} \tag{6.3}$$

Z - efectiva del plasma [22]

$$Z_{ef}(r) = \frac{Z_p{}^2 n_i + \sum_{j=1}^{3} n_j(r) \langle Z^2{}_j \rangle}{n_e(r)} \tag{6.4}$$

Factor de colisionalidad (cf. (3.2)) [22] [5]

$$[Z] = \frac{Z_p{}^2 n_i + \sum_{j=1}^{3} n_j(r) (\frac{m_i}{m_j}) \langle Z^2{}_j \rangle}{n_e(r)} \tag{6.5}$$

donde m_j es la masa de la impureza de tipo j

Potencia <u>total</u> radiada por las impurezas

$$P_R = \sum_{j=1}^{3} n_e(r)\ n_j(r)\ L_j \tag{6.6}$$

Junto al modelo corona citado, el usuario puede elegir opciones más simples. Por ejemplo puede escoger la ausencia de impurezas, en este caso

$$\begin{aligned} n_e(r) &= Z_p\ n_i(r) \\ \bar{Z}(r) &= Z_p \text{ (constante y uniforme)} \\ [Z(r)] &= Z_p \end{aligned} \tag{6.7}$$

mientras que $Z_{eff}(r)$ puede ser fijada a un valor arbitrario dado, constante y uniforme. En este caso la potencia radiada por Bremstrahlung posee la expresión (3.5) mientras que la emitida por las impurezas se calcula mediante la siguiente fórmula global, [4] [5]:

$$P_R(w/cm^3) = 4.10^{-26}\ n_j(r)\ n_e(r) \tag{6.8}$$

que responde a la emisión provocada por impurezas pesadas, en este caso n_j representa una densidad de impurezas <u>pesadas</u> que puede venir fijada por el usuario en la forma (6.2).

Una segunda opción simplificadora consiste en suponer un sólo tipo de impurezas para las que $\langle Z \rangle$ se supone fijo (constante y uniforme) y $\langle Z^2 \rangle = \langle Z \rangle^2$. Los parámetros Z, Z_{ef} y [Z] se calculan en este caso de las fórmulas ordinarias (6.3)

(6.5) mientras que las pérdidas por radiación se tratan de modo idéntico al de la opción anterior.

Por último en el caso normal (impurezas tratadas mediante efecto corona) las pérdidas por radiación (6.6) incluyen el Bremstrahlung ocasionado en la interacción entre electrones e impurezas por lo que éste debe ser sustraído de P_B que por ello adopta ahora la expresión

$$P_B = 1.69 \times 10^{-32}\, n_e n_i Z_p{}^2 T_e{}^{\frac{1}{2}}$$

ya que debe incluir solamente el Bremstrahlung electrón-ión.

7. MODO DE ACCESO A PLASMATOR.

El código ha sido escrito en FORTRAN-V para la UNIVAC-1100/80 de la JEN y ocupa unos 40 K de memoria central. Una explicación detallada de su modo de utilización se encontrará en el "Manual de Utilización", Ref. [1].

Todos los parámetros y constantes que entran, tanto en los perfiles iniciales como en los datos de cualquier otro tipo (opciones de cálculo, límites, etc), se introducen mediante una serie de NAMELIST, existiendo un conjunto completo de valores "por defecto" para las magnitudes que no se dotan explícitamente de valor en los datos suministrados por el usuario.

Además la forma analítica y valores numéricos de los coeficientes de transporte adimensionales C_{ij} y γ de (3.11) es arbitraria y puede ser suministrada mediante una subrutina construida por el usuario: COEFTR. En su defecto el programa asigna una subrutina "standard" en la que los coeficientes de transporte presentan las formas más usuales ("pseudoclásicos", "neoclásicos", Pfirsch-Schlutter, resistividad de Spitzer, efectos de atrapamiento y MHD, coeficientes empíricos, etc...) cf. Ref. [1].

Esta subrutina COEFTR puede ser construida con toda libertad por el usuario, dentro de márgenes muy amplios, para ello el código suministra a través de bloques de COMMON todas las magnitudes que usualmente intervienen en esos coeficientes (perfiles de las magnitudes del plasma, frecuencias de colisión, colisionalidades, velocidades térmicas, coeficientes de difusión básicos, etc, etc...).

La inclusión u omisión de estas subrutinas se realiza durante la colección del programa por el procesador @MAP.

Los datos para la evolución temporal de la corriente eléctrica total del plasma también se suministran mediante un NAMELIST en la forma de parejas de puntos tiempo-valor de la corriente, hasta un máximo de 20. El valor de la corriente en cada instante de tiempo se calcula mediante interpolación o extrapolación lineal entre los puntos citados.

El número de puntos para la coordenada radial se encuentra limitado a un máximo de 101; por el contrario no existen

limitaciones para el número de pasos temporales que pueden realizarse, el programa termina cuando se supera bien un tiempo de descarga previamente especificado, bien un número prefijado de pasos.

8. IMPRESIONES DE SALIDA DE PLASMATOR.

Los resultados del programa aparecen en forma prácticamente autoexplicativa (cf. Ref [1]). Consisten en una repetición completa del contenido de todos los NAMELIST, es decir de todos los datos de entrada, seguida de los perfiles iniciales $n_e(r)$, $T_e(r)$, $T_i(r)$, $B_\theta(r)$ y $J(r)$, de sus valores medios y de datos generales tales como el volumen, autoinducción externa e interna inicial, corriente, densidad de línea, etc.

Para instantes posteriores, que pueden ser elegidos con gran libertad por el usuario, aparecen una serie de magnitudes que muestran las incidencias del proceso iterativo (número de iteraciones, de reducciones temporales, de ξ cf. (4.7) y δ_u cf. (4.15), etc.). Siguen los perfiles radiales de n_e, T_e, T_i, B_θ, J, Γ_i, Q_e, Q_i, E y q y los valores medios y máximos de las magnitudes anteriores.

Aparecen también una serie de tiempos característicos globales para el confinamiento de partículas, de energía, etc., los valores medios de la densidad de energía y las diversas componentes de la densidad media de potencia (efecto Joule, pérdidas por radiación, fugas, etc.), junto con los valores de la resistencia y autoinducción total del plasma, del voltaje y de los voltios-seg, consumidos, potencia resistiva, energía magnética y densidad de línea.

También aparece una serie de "tests" basados en las "leyes de conservación" del número total de partículas, de la energía total y del flujo poloidal, así como un test local de verificación de las ecuaciones diferenciales.

Por último se imprimen un conjunto de perfiles de magnitudes importantes del plasma, como son: densidades de energía, perfiles de potencia integrada, densidad y temperatura de los neutros, perfiles de Z, Z_{ef} y $[Z]$ (cf. ξ 6), perfiles de los coeficientes de difusión, de conductividad, resistividad, frecuencias de colisión, colisionalidades y finalmente perfiles de tiempos característicos.

Una vez alcanzado el tiempo límite previsto aparece un resumen de la evolución temporal de los valores medios y en el origen de n_e, T_e, T_i y B_θ; del voltaje del plasma, de los voltios-segundo consumidos, de la densidad de línea y de la in

tensidad de corriente.

El código permite la aparición de gráficas de diverso tipo (perfiles radiales y evolución temporal) tanto en la impresora como en el Plotter CALCOMP y cuya forma de representación puede ser tanto bidimensional como tridimensional.

9. EJEMPLO DE UNA SIMULACION.

Como ejemplo ilustrativo se ha considerado un caso con los siguientes parámetros.

Radio mayor $R = 81$ cm
Radio menor $a = 22$ cm
Campo magnético toroidal $B_T = 18$ kG.

La corriente del plasma crece linealmente desde 15 - hasta 100 kA durante 10 msec, para mantenerse posteriormente - constante.

Z_{ef} se tomó igual a 4, no hay neutros ni impurezas. Se han tomado 51 puntos para la variable radial.

Los perfiles iniciales de densidad y temperatura fueron parabólicos con valores centrales iguales a

$$n_i(0) = 6{,}0 \times 10^{12}\ cm^{-3}, \quad T_e(0) = T_i(0) = 20\ eV$$

La densidad de corriente inicial se tomó con perfil proporcional a la conductividad (es decir campo eléctrico inicial uniforme).

El coeficiente de difusión de partículas se tomó del tipo Pfirsch-Schlutter, el de conductividad térmica electrónica pseudoclásico, el de conductividad térmica iónica neoclásico, mientras que la resistividad fue de tipo Spitzer y se incluyeron términos convectivos en Q_e y Q_i ($\gamma = 3/2$).

En este ejemplo no se han incluido neutros ni pérdidas por radiación de impurezas, esto hace que la temperatura - electrónica pueda alcanzar valores muy elevados.

La simulación se inició con un paso temporal de 5 μsec. y se continuó, con paso elegido por el propio programa hasta - alcanzar 100 msec. de descarga necesitándose 197 pasos temporales.

Se obtuvieron los valores centrales finales siguientes:

$$n_i(0) = 5{,}77 \times 10^{12}\ cm^{-3}, \quad T_e(0) = 1784\ eV, \quad T_i(0) = 250.9\ eV \qquad (8.1)$$

La fuerte subida de corriente origina un pronunciado efecto "skin" (cf. § 10) en la densidad de corriente que adopta un perfil "hueco" con

$$J(0) = 47,01 \text{ Amp/cm}^2$$

pero con su máximo situado en r = 15,4 cm

$$J_{Máx} = 125,62 \text{ Amp/cm}^2$$

El efecto "skin" es mucho más suave para T_e ya que su máximo se situa en r = 14,08 cm, con valor

$$T_{e,Máx} = 1955,6 \text{ eV}$$

Por su parte el campo eléctrico presenta por valores extremos

$$E(0)=1.70 \times 10^{-4}\text{Volt/cm}, \quad E(a)=4,97 \times 10^{-4} \text{ Volt/cm}$$

En tanto que los de q son

$$q(0) = 7,504 \ , \quad q(a) = 5,378$$

con un mínimo en r = 17,16 cm y valor

$$q_{min} = 3,87$$

Se consumieron en la descarga V_s = 0.071 Volt - sec.

Una representación gráfica en el Plotter CAMCOMP de la evolución temporal de los perfiles de la temperatura electrónica y del campo magnético poloidal aparece en las páginas siguientes. También se reproducen algunas de las gráficas que se obtienen en la impresora.

La simulación exigió un tiempo de ejecución CPU de 2 min. 25 seg, y un tiempo total (incluyendo entradas y salidas de 4 min. 12 seg., las gráficas de la impresora consumieron una porción muy considerable del tiempo de impresión.

Como prueba de la fiabilidad del código, se han efectuado comparaciones preliminares con un caso de idénticas características utilizando el código de H. Howe del O.R.N.L. [5], - [26]. Tras los 100 msec. de descarga (197 pasos temporales de PLASMATOR) la diferencia relativa entre los resultados de los

dos códigos para las magnitudes (8.1) fueron:

$\delta n_i(0) = +1.1$ ‰ , $\delta T_e(0) = -2.2$ ‰ , $\delta T_i(0) = -3.6$ ‰

$\delta J(0) = -7.1$ ‰ , $\delta J_{Máx} = -3.3$ ‰

$\delta T_{e,Máx} = -2.7$ ‰

$\delta E(0) = +3.0$ ‰ , $\delta E(a) = +3.3$ ‰

$\delta q(0) = +4.7$ ‰ , $\delta q(a) = -0.4$ ‰

$\delta q_{min} = +0.2$ ‰

$\delta V_s = +2.6$ ‰

Es decir, de unas pocas partes por mil en la mayor parte de las magnitudes, no excediendo nunca el ocho por mil. Se trata de un resultado muy satisfactorio.

Actualmente se están efectuando comparaciones sistemáticas entre ambos códigos, comparaciones que una vez analizadas serán objeto de posterior publicación.

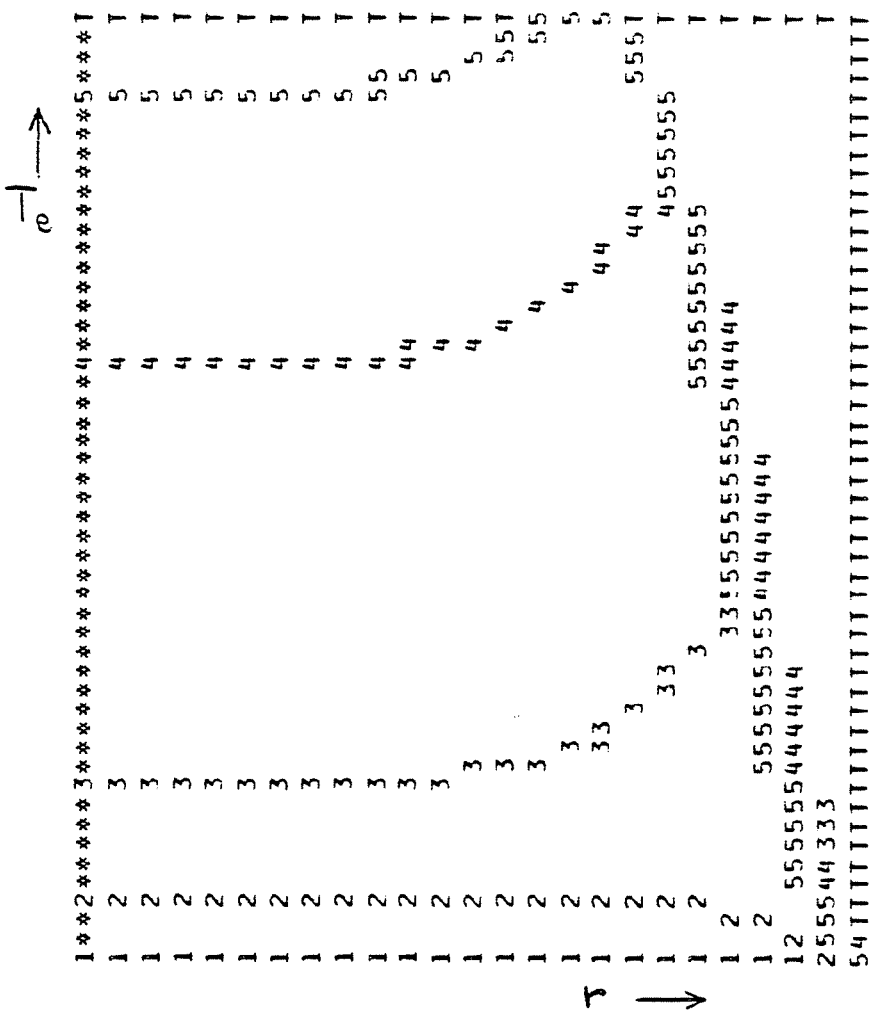

FIGURA 9.1

Evolución del perfil radial de T_e

① : t = 0
② : t = 2.1 msec.
③ : t = 9.3 msec.
④ : t = 51.0 msec.
⑤ : 100 msec.

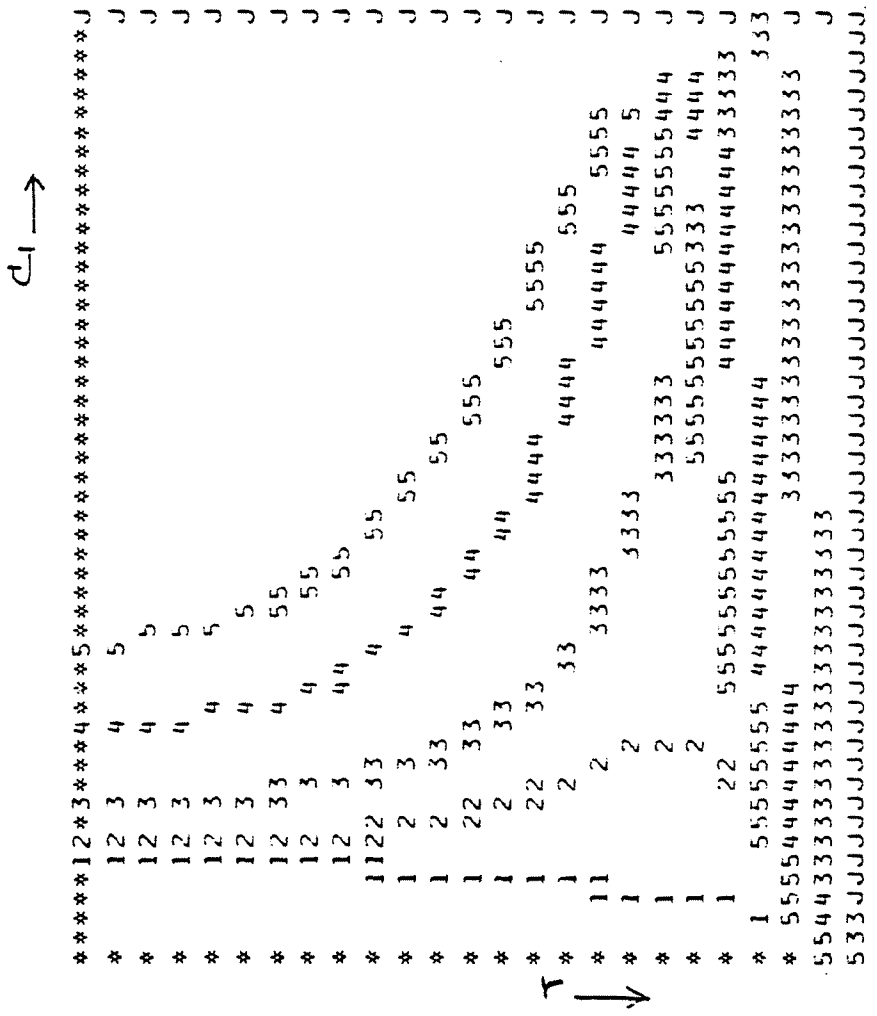

FIGURA 9.2

Evolución del perfil radial de la densidad de corriente eléctrica. (Intervalos temporales idénticos a los de la FIG. 9.1).

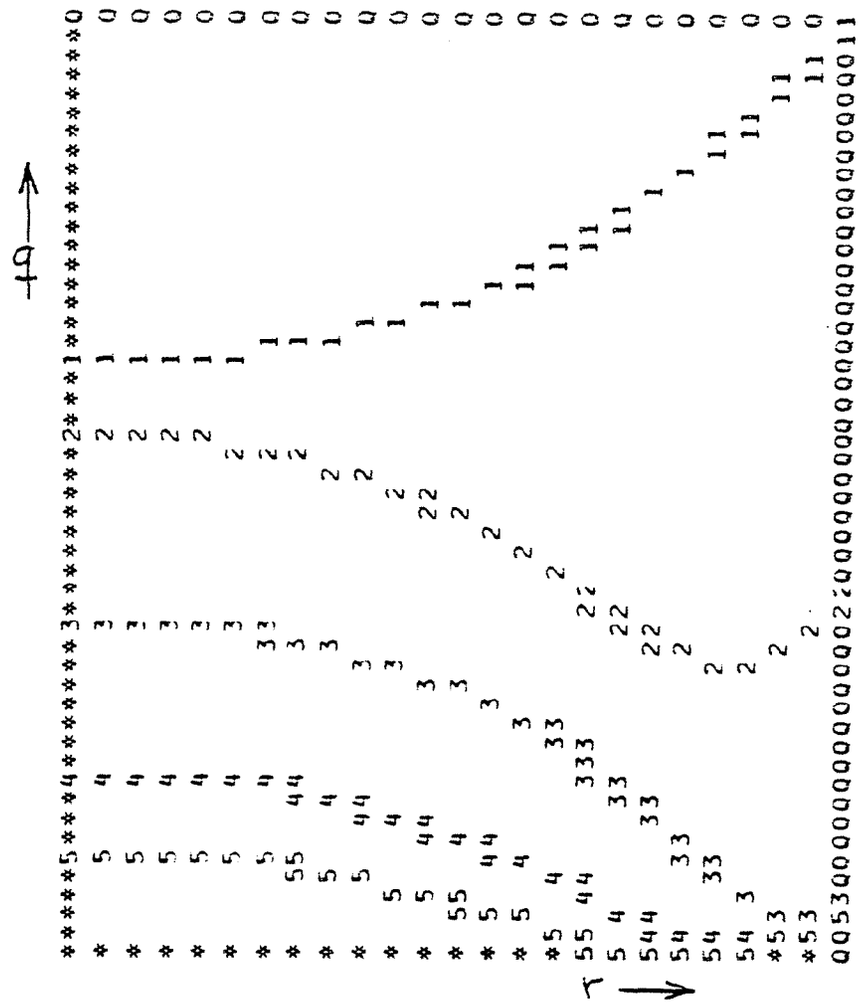

FIGURA 9.3

Evolución del perfil radial del factor de seguridad q. (Intervalos temporales idénticos a los de la FIG. 9.1).

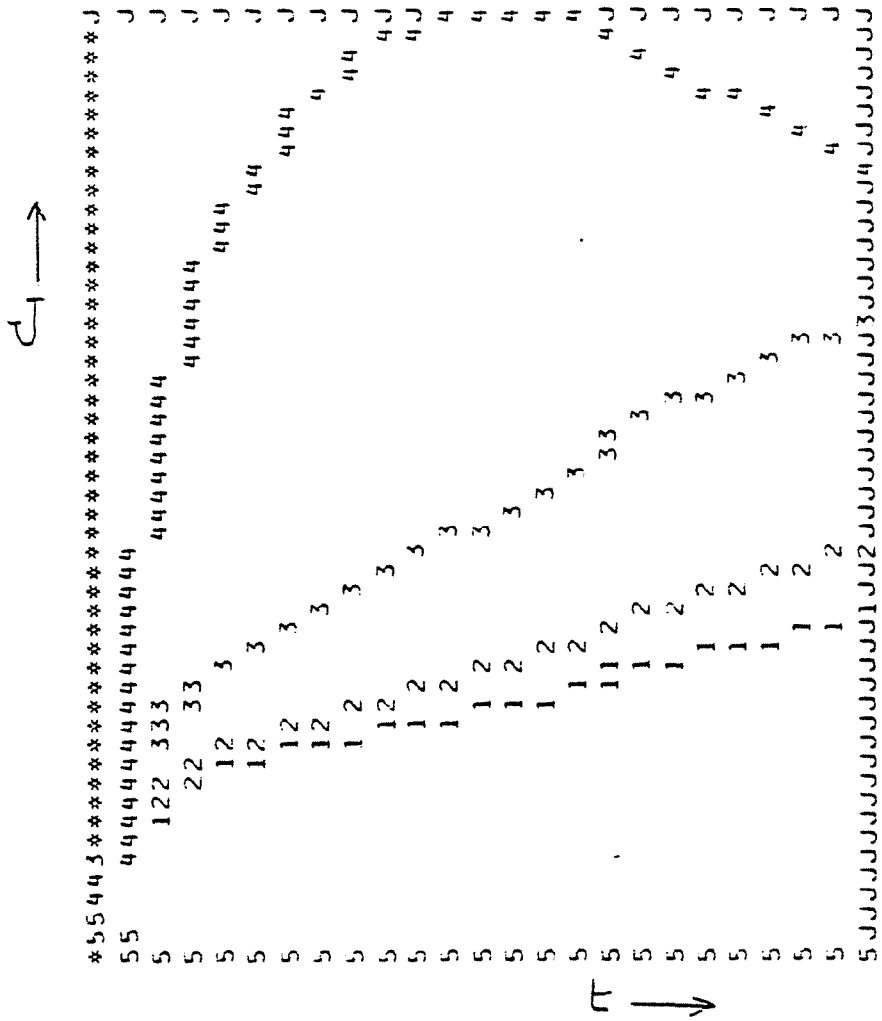

FIGURA 9.4

Evolución temporal de la densidad de corriente eléctrica para varios puntos radiales

① : r = 0
② : r = 6.2 cm
③ : r = 11.4 cm
④ : r = 16.7 cm
⑤ : r = 22.0 cm

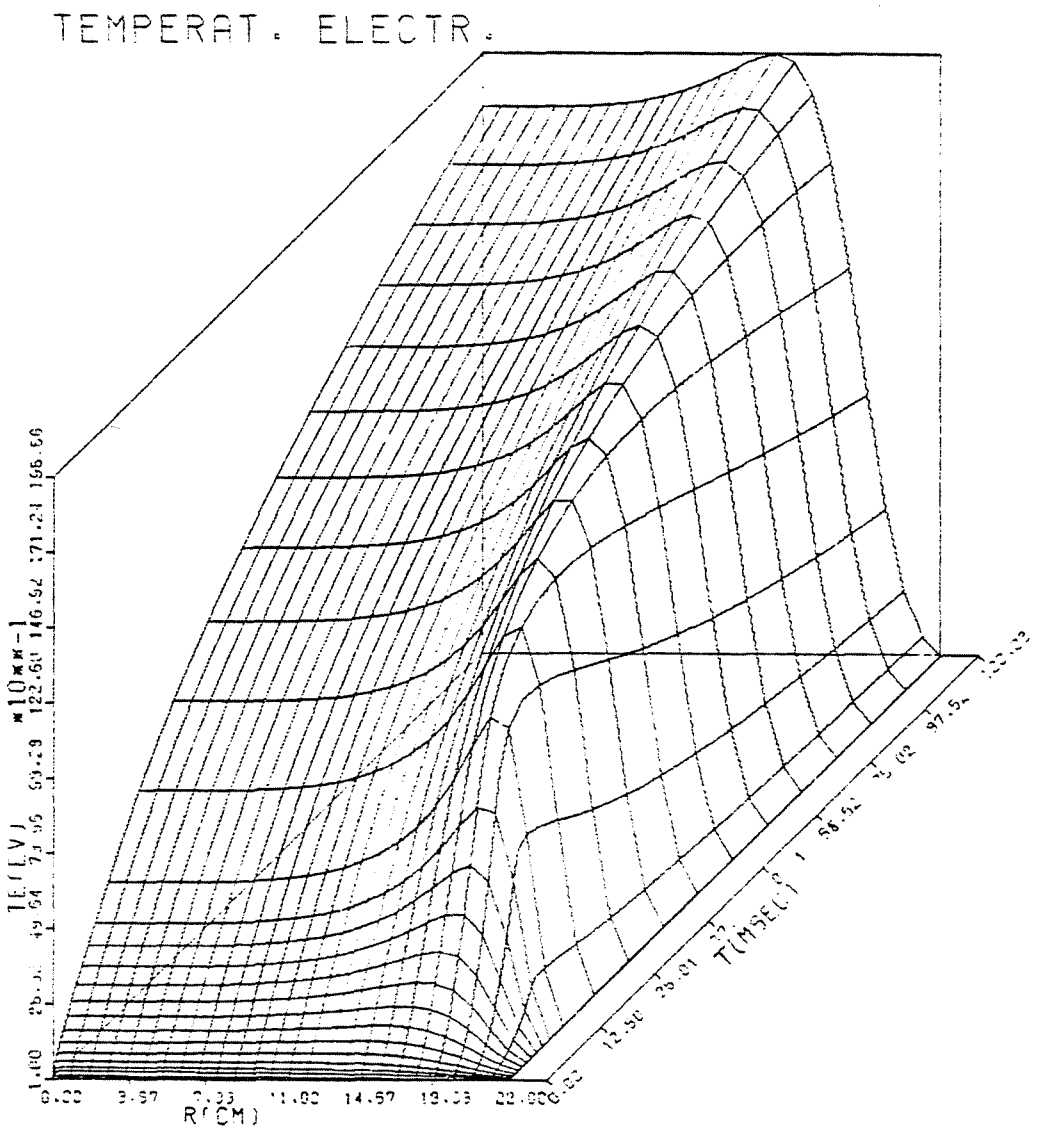

FIGURA 9.5

Evolución espacio-temporal de la temperatura electrónica del plasma.

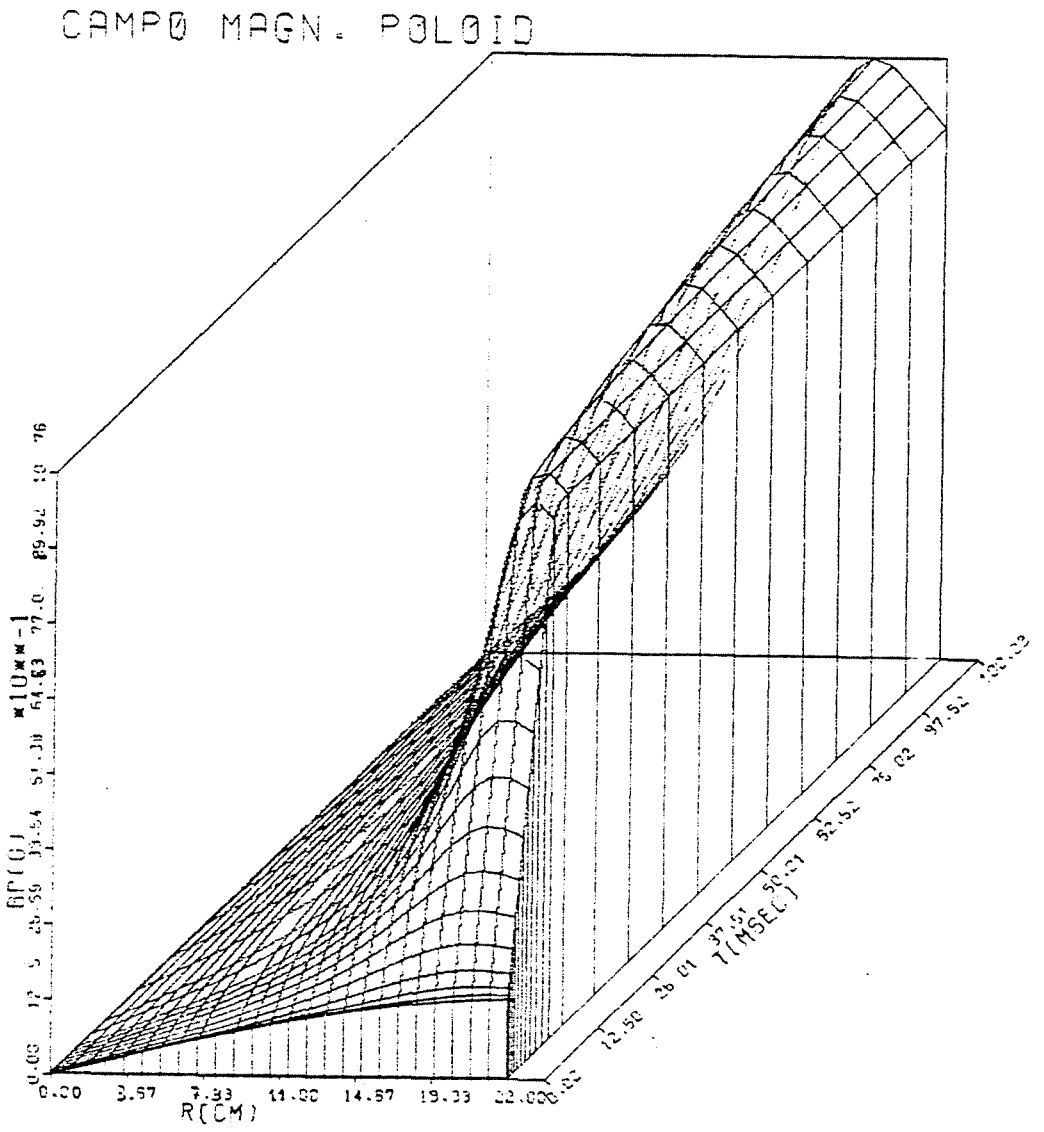

FIGURA 9.6

Evolución espacio-temporal del campo magnético poloidal.

10. CONCLUSION Y PERSPECTIVAS.

Con los resultados positivos obtenidos en las comparaciones preliminares de PLASMATOR con otros códigos y los previsibles resultados positivos de las comparaciones en curso (verano de 1979), el conjunto de programas habrá alcanzado su fase de aplicabilidad en la cual será utilizado tanto como elemento de predicción como en su faceta de útil de diagnóstico que complemente las medidas experimentales en el TJ-1 y TJ-2.

Junto a esta tarea de producción es necesario abordar también una tarea de expansión, estas perspectivas de evolución para PLASMATOR, en un futuro inmediato, se encuentran ligadas a sus limitaciones actuales.

Como se ha indicado en el § 1, PLASMATOR es actualmente un código monodimensional en el cual se supone que las secciones transversales de las superficies magnéticas son círculos centrados. Esta limitación es común a la inmensa mayoría de los códigos de transporte de plasma y obedece a considerables dificultades teóricas y numéricas, no obstante se prevé que pueda ser levantada en un futuro próximo, introduciendo como factores métricos en los operadores diferenciales los datos de la geometría de las superficies magnéticas, convirtiendo así al actual código monodimensional en lo que se acostumbra a denominar un código de "$1\frac{1}{2}$ dimensiones".

Sin embargo la máxima prioridad en la modificación de PLASMATOR se centra en otro punto, bastante ligado al anterior. En su versión actual los efectos de las inestabilidades MHD se tienen en cuenta de una manera excesivamente burda (incremento de los coeficientes de difusión para $q < 1$), una consecuencia de ésto puede percibirse en las figuras correspondientes a la simulación del § 9 con el enorme efecto "skin" que se produce en el perfil de la densidad de corriente y con el perfil decreciente del factor de seguridad $q(r)$; en la realidad ese efecto "skin" se encuentra muy mitigado por efectos MHD. Esta será el área de próxima expansión de PLASMATOR: la introducción de fenómenos no difusivos ligados a inestabilidades MHD, que aparecen sobre todo en la primera fase de la descarga (primeras decenas de msec.), fase denominada de "start-up" durante la cual la corriente del plasma crece rápidamente.

El resto de las limitaciones de PLASMATOR se encuentran

ligadas a las del medio experimental con el que está destinado a interaccionar. Como no se prevé, ni en el TJ-1 ni en el TJ-2, inyección de neutros ni de gránulos ("pellets"), ni tampoco la instalación de divertores ni limitadores móviles, ni por supuesto reacciones de fusión, esos efectos no se han incluido en el código. Más bien que de limitaciones debería hablarse, en este caso, de eliminación de efectos superfluos y no es probable que en un futuro previsible sean incluidos aún cuando no presenten dificultades importantes.

La fase de ruptura eléctrica del gas, en que existe competencia efectiva entre ionización y recombinación, cf. § 3.1, tampoco se ha incluido; por sus problemas específicos es de esperar que sea abordada solo si se produce un énfasis experimental especial en este campo. Algo similar ocurre con el transporte de impurezas.

En consecuencia el área de expansión inmediata para PLASMATOR se situa en los efectos MHD ("start-up") y, posteriormente, en la influencia de los efectos geométricos de las superficies de flujo.

La vida adulta de PLASMATOR no ha hecho más que comenzar.

APENDICE I. Definición de las magnitudes principales [22],[23].

Se presenta en este Apéndice la definición de las magnitudes más importantes utilizadas en los §§2 y 3.

Radio de Larmor electrónico en el campo magnético toroidal B_T

$$\rho_{T_e} = \frac{C}{eB_T} \left[2m_e T_e \right]^{\frac{1}{2}}$$

Id. iónico

$$\rho_{Ti} = \frac{C}{eZ_p B_T} \left[2 m_i T_i \right]^{\frac{1}{2}}$$

Radio de Larmor electrónico poloidal

$$\rho_{\theta e} = \frac{C}{eB_\theta} \left[2 m_e T_e \right]^{\frac{1}{2}}$$

Logaritmo de Coulomb

$$\ln \Lambda = 25,3 - \ln \left[\frac{n_e^{\frac{1}{2}}}{T_e} \right]$$

(con n_e en cm^{-3}, T_e en eV)

Frecuencia básica de colisión electrón-ión

$$\nu_{ei} = \frac{4 \sqrt{2\pi}\, e^4}{3\, m_e^{\frac{1}{2}}} \frac{n_e \ln \Lambda}{T_e^{3/2}}$$

Frecuencia de colisión electrón-electrón

$$\nu_e = Z_{ef}\, \nu_{ei}$$

Frecuencia de colisión iónica

$$\nu_i = \frac{4 \sqrt{\pi}\, Z_p^2\, e^4}{3\, m_i^{\frac{1}{2}}} \frac{Z_{ef}\, n_e \ln \Lambda}{T_i^{3/2}}$$

es decir

$$\nu_i = \nu_e \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{T_e^{3/2}}{T_i^{3/2}} \left(\frac{m_e}{m_i}\right)^{\frac{1}{2}} Z_p^2$$

Velocidades térmicas electrónica e iónica

$$V_{Te} = \left[\frac{T_e}{m_e}\right]^{\frac{1}{2}} \quad , \quad V_{Ti} = \left[\frac{T_i}{m_i}\right]^{\frac{1}{2}}$$

Factor de seguridad local del Tokamak

$$q = \frac{rB_T}{RB_\theta}$$

(R es el radio mayor del toro)

Inversa de la razón de aspecto local

$$\varepsilon = \frac{r}{R}$$

"Colisionalidad" electrónica e iónica

$$\nu_e^* = \frac{Rq}{\varepsilon^{3/2}\, V_{Te}}\, \nu_e \quad , \quad \nu_i^* = \frac{Rq}{\varepsilon^{3/2}\, V_{Ti}}\, \nu_i$$

Resistividad longitudinal de Spitzer (para $Z_{ef} \neq 1$)

$$\eta_\parallel = \frac{1}{\sigma_\parallel} = \frac{1}{1.96}\, \frac{m_e\, \nu_e}{e^2\, n_e} \cdot \alpha(Z_{ef})$$

con $$\alpha(Z_{ef}) = \frac{1}{0.51}\left[0.295 + \frac{0.485}{1 + 1.3\, Z_{ef} - 0.012\, Z_{ef}^2}\right]$$

Coeficiente de difusión de Bohm

$$D_B = \frac{cTe}{16\, e\, B_T}$$

REFERENCIAS.

[1] GUASP J. "Manual de utilización de PLASMATOR" Informe de la División de Fusión. J.E.N. Madrid (1979).

[2] MERCIER C., BOUJOT J.P., WERKOFF F. Comp.Phys. Commun. 12, 109 (1976). ("MAKOKOT")
y también Repport EUR-CEA-FC-812 (1976) y EUR-CEA-FC-832 (1977).

[3] DNESTROVSKII Yu. N., KOSTOMAROV D.P., et. al. "Simulation of - discharge dynamics in Tokamaks". Proc. 7th International Conference Plasma Physics. Innsbruck (1978). p. 443. IAEA. Viena (1979)

[4] HOWE H.C. "The ORMAK group version of the Oak Ridge 1-D transport code" ORMAK/TM - 219 (May 1976).

[5] MUNRO J.K., HOGAN J.T., et al. "A users manual for the ORNL Tokamak Transport Code". ORNL/TM - 5262 (FEB. 1977).

[6] HOGAN J.T. "Multifluid Tokamak Transport Codes" en "Methods of Computational Physics". Vol. 16, p. 131. Academic Press. N.Y. (1976).

[7] WATKINS M.L., HUGHES M.H., et al. "ICARUS" en "Methods of Computational Physics". Vol. 16, p. 165. Academic Press. N.Y. (1976).

[8] DÜCHS D.F., POST D.E., RUTHERFORD P.H. Nuclear Fusion 17 (3), p. 565 (1977).

[9] TAKEDA T., ITOH S. Repport JAERI - M - 5697 (1974).

[10] DÜCHS D.F., FURTH H.P., et al. Proc. 4th International Conference Plasma Physics. Madison (1971), 1, IAEA, Viena (1971) p. 369.

[11] GUASP J. "Elementos de Teoría Cinética de Plasmas" Repport JEN-317 Madrid (1976).

[12] HINTON F.L., HAZELTINE R.D. Rev. Mod. Phys. 48, 239 (Apr. 1976).

[13] ROSENBLUTH M.N., HAZELTINE R.D. Phys. Fluids 15, 116 (1972).

[14] HINTON F.L., ROSENBLUTH M.N. Phys. Fluids 16, 836 (1973).

[15] HAZELTINE R.D., HINTON F.L., ROSENBLUTH M.N. Phys. Fluids 16, 1645 (1973).

[16] POTTER D. "Computational Physics" J. Wiley N.Y. (1973).

[17] RICHTMYER R.D., MORTON K.W. "Difference Methods for initial-value Problems" 2nd Ed. Interscience, N.Y. (1967).

[18] AUDENAERDE K., EMMERT G.A., GORDINIER M. "SPUDNUT: A Transport Code for Neutral Atoms in Plasmas". (Próxima publicación).

[19] MARTIN R. "Aplicación del modelo de Z-medio al tratamiento de impurezas" (Próxima publicación).

[20] POST D E., JENSEN R.V., et al. "Steady State Radiative Cooling Rates for low-density high-temperature Plasmas". Repport PPPL-1352 (Jul. 1977).
y también Nucl. Fus. 17, 1187 (1977).

[21] CLARKE J.F. Repport ORNL/TM-4585 (May 1974).

[22] BOOK D.L. "NRL Plasma Formulary" Naval Research Laboratory (1978)

[23] KRALL N.A., TRIVELPIECE A.W. "Principles of Plasma Physics". McGraw Hill N.Y. (1973).

[24] MERCIER C., WERKOFF F., MORERA J.P. "Use of Transport codes as a diagnostic for the Tokamak experiments". Repport EUR-CEA-FC-997 (Apr. 1979).

[25] HOWE H.C. "Numerical Technique for solving E - M equations in transport modeling". ORNL. Theory Section Memo - 77/80. (Oct. 1977).

[26] HOWE H.C. Comunicación privada. ORNL. Mayo 1979.

J.E.N. 459

Junta de Energía Nuclear. División de Fusión Termonuclear. Madrid.

"PLASMATOR. A numerical code for simulation of plasma transport in Tokamaks".

GUASP, J. (1979) 59 pp. 7 figs. 26 refs.

PLASMATOR is a flexible monodimensional numerical code for plasma transport in Tokamaks of circular cross-section, it allows neutral particle transport and impurity effects. The code leaves a total freedom in the analytical form of transport coefficients.

It has been writen in Fortran-V for the UNIVAC-1100/80 from JEN and allows for the possibility of graphics for radial profiles and temporal evolution of the main plasma magnitudes, as well in threedimensional as in two-dimensional representation either on a CALCOMP Plotter or in the printer.

INIS CLASSIFICATION AND DESCRIPTORS: F51, A14.P codes. Plasma simulation. Tokamak devices. Fortran. Two-dimensional calculations. Three-dimensional calculations.

J.E.N. 459

Junta de Energía Nuclear. División de Fusión Termonuclear. Madrid.

"PLASMATOR. A numerical code for simulation of plasma transport in Tokamaks".

GUASP, J. (1979) 59 pp. 7 figs. 26 refs.

PLASMATOR is a flexible monodimensional numerical code for plasma transport in Tokamaks of circular cross-section, it allows neutral particle transport and impurity effects. The code leaves a total freedom in the analytical form of transport coefficients.

It has been writen in Fortran-V for the UNIVAC-1100/80 from JEN and allows for the possibility of graphics for radial profiles and temporal evolution of the main plasma magnitudes, as well in threedimensional as in two-dimensional representation either on a CALCOMP Plotter or in the printer.

INIS CLASSIFICATION AND DESCRIPTORS: F51, A14.P codes. Plasma simulation. Tokamak devices. Fortran. Two-dimensional calculations. Three-dimensional calculations.

J.E.N. 459

Junta de Energía Nuclear. División de Fusión Termonuclear. Madrid.

"PLASMATOR. A numerical code for simulation of plasma transport in Tokamaks".

GUASP, J. (1979) 59 pp. 7 figs. 26 refs.

PLASMATOR is a flexible monodimensional numerical code for plasma transport in Tokamaks of circular cross-section, it allows neutral particle transport and impurity effects. The code leaves a total freedom in the analytical form of transport coefficients.

It has been writen in Fortran-V for the UNIVAC-1100/80 from JEN and allows for the possibility of graphics for radial profiles and temporal evolution of the main plasma magnitudes, as well in threedimensional as in two-dimensional representation either on a CALCOMP Plotter or in the printer.

INIS CLASSIFICATION AND DESCRIPTORS: F51, A14.P codes. Plasma simulation. Tokamak devices. Fortran. Two-dimensional calculations. Three-dimensional calculations.

J.E.N. 459

Junta de Energía Nuclear. División de Fusión Termonuclear. Madrid.

"PLASMATOR. A numerical code for simulation of plasma transport in Tokamaks".

GUASP, J. (1979) 59 pp. 7 figs. 26 refs.

PLASMATOR is a flexible monodimensional numerical code for plasma transport in Tokamaks of circular cross-section, it allows neutral particle transport and impurity effects. The code leaves a total freedom in the analytical form of transport coefficients.

It has been writen in Fortran-V for the UNIVAC-1100/80 from JEN and allows for the possibility of graphics for radial profiles and temporal evolution of the main plasma magnitudes, as well in threedimensional as in two-dimensional representation either on a CALCOMP Plotter or in the printer.

INIS CLASSIFICATION AND DESCRIPTORS: F51, A14.P codes. Plasma simulation. Tokamak devices. Fortran. Two-dimensional calculations. Three-dimensional calculations.

J.E.N. 459

Junta de Energía Nuclear. División de Fusión Termonuclear. Madrid.

"PLASMATOR. Un código numérico de simulación del transporte de plasma en Tokamaks".

GUASP, J. (1979) 59 pp. 7 figs. 26 refs.

PLASMATOR es un código monodimensional de transporte de plasma en Tokamaks de sección circular sumamente flexible que tiene en cuenta el transporte de neutros y la presencia de impurezas. Permite, además, una total libertad en la dependencia funcional de los coeficientes de transporte.

El código ha sido escrito en FORTRAN-V para la UNIVAC-1100/80 de la JEN y proporciona el trazado de gráficas tanto de perfiles radiales como de la evolución temporal de las magnitudes principales del plasma, bien en forma tridimensional como bidimensional y tanto en el "Plotter" CALCOMP como en la impresora.

CLASIFICACION INIS Y DESCRIPTORES: F51.A14. P codes. Plasma simulation. Tokamak devices. Fortran. Two-dimensional calculations. Three-dimensional calculations.

J.E.N. 459

Junta de Energía Nuclear. División de Fusión Termonuclear. Madrid.

"PLASMATOR. Un código numérico de simulación del transporte de plasma en Tokamaks".

GUASP, J. (1979) 59 pp. 7 figs. 26 refs.

PLASMATOR es un código monodimensional de transporte de plasma en Tokamaks de sección circular sumamente flexible que tiene en cuenta el transporte de neutros y la presencia de impurezas. Permite, además, una total libertad en la dependencia funcional de los coeficientes de transporte.

El código ha sido escrito en FORTRAN-V para la UNIVAC-1100/80 de la JEN y proporciona el trazado de gráficas tanto de perfiles radiales como de la evolución temporal de las magnitudes principales del plasma, bien en forma tridimensional como bidimensional y tanto en el "Plotter" CALCOMP como en la impresora.

CLASIFICACION INIS Y DESCRIPTORES: F51,A14. P codes. Plasma simulation. Tokamak devices. Fortran. Two-dimensional calculations. Three-dimensional calculations.

J.E.N. 459

Junta de Energía Nuclear. División de Fusión Termonuclear. Madrid.

"PLASMATOR. Un código numérico de simulación del transporte de plasma en Tokamaks".

GUASP, J. (1979) 59 pp. 7 figs. 26 refs.

PLASMATOR es un código monodimensional de transporte de plasma en Tokamaks de sección circular sumamente flexible que tiene en cuenta el transporte de neutros y la presencia de impurezas. Permite, además, una total libertad en la dependencia funcional de los coeficientes de transporte.

El código ha sido escrito en FORTRAN-V para la UNIVAC-1100/80 de la JEN y proporciona el trazado de gráficas tanto de perfiles radiales como de la evolución temporal de las magnitudes principales del plasma, bien en forma tridimensional como bidimensional y tanto en el "Plotter" CALCOMP como en la impresora.

CLASIFICACION INIS Y DESCRIPTORES: F51,A14. P codes. Plasma simulation. Tokamak devices. Fortran. Two-dimensional calculations. Three-dimensional calculations.

J.E.N. 459

Junta de Energía Nuclear. División de Fusión Termonuclear. Madrid.

"PLASMATOR. Un código numérico de simulación del transporte de plasma en Tokamaks".

GUASP, J. (1979) 59 pp. 7 figs. 26 refs.

PLASMATOR es un código monodimensional de transporte de plasma en Tokamaks de sección circular sumamente flexible que tiene en cuenta el transporte de neutros y la presencia de impurezas. Permite, además, una total libertad en la dependencia funcional de los coeficientes de transporte.

El código ha sido escrito en FORTRAN-V para la UNIVAC-1100/80 de la JEN y proporciona el trazado de gráficas tanto de perfiles radiales como de la evolución temporal de las magnitudes principales del plasma, bien en forma tridimensional como bidimensional y tanto en el "Plotter" CALCOMP como en la impresora.

CLASIFICACION INIS Y DESCRIPTORES: F51.A14. P codes. Plasma simulation. Tokamak devices. Fortran. Two-dimensional calculations.