

UNIVERSIDAD DE ZARAGOZA

FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS
DEPARTAMENTO DE FÍSICA TEÓRICA

**Formación de barreras de transporte en
dispositivos de fusión por confinamiento
magnético**

memoria presentada por

Daniel López Bruna

para optar al grado de
Doctor en Ciencias Físicas
por la

Universidad de Zaragoza

Zaragoza, 14 de Abril de 2000

Dedico esta tesis a mi padre, cuya labor continúo.

Quiero expresar mi gratitud sincera a los doctores R. Núñez-Lagos Roglá, de la Universidad de Zaragoza, y B. A. Carreras, del Oak Ridge National Laboratory (Tennessee, EEUU), por su labor como directores de esta tesis doctoral. Desde la perspectiva del trabajo concluido considero un privilegio el haber dispuesto de ambos. Por lo demás, la lista de agradecimientos debería ser larga. Para no pecar de despistado o hipócrita, haré constar sólo los agradecimientos de orden cero, esto es:

A mis padres, por el empujón inicial.

A Benjamín Carreras y Teresa Juni por su acogida impecable.

A David Newman y Jean-Noel Leboeuf, por el compañerismo.

A Carlos Hidalgo Vera, por el empujón final.

Índice general

. Lista de Figuras	III
. Lista de Tablas	VIII
I Resumen	1
II Conceptos básicos	9
1. Confinamiento magnético	11
1.1. Condiciones para la fusión	11
1.2. Confinamiento magnético	13
1.3. El tokamak	16
1.3.1. Movimiento de las cargas	16
1.3.2. Geometría magnética	18
1.3.3. Operación del tokamak	19
2. Transporte	23
2.1. Ecuaciones del transporte	23
2.2. Transporte colisional	26
2.3. Transporte anómalo	29
2.3.1. Flujos por fluctuaciones	29
2.3.2. Transporte en el centro del plasma.	33
2.3.3. Transporte en la periferia del plasma.	35
2.3.4. Efecto de la cizalla magnética	36
2.4. Modos de confinamiento	37
2.4.1. Modo L	37
2.4.2. Confinamiento mejorado	38
2.4.3. Modo ERS	40

III	Formación de barreras internas	43
3.	Modelo de transición	45
3.1.	Principios	45
3.1.1.	Heurística	45
3.1.2.	Nivel de fluctuaciones	48
3.1.3.	Coefficientes de transporte	50
3.1.4.	Campo eléctrico radial	51
3.2.	Acoplo del modelo de transición	52
3.2.1.	Modelo a dos campos	52
3.2.2.	Equilibrio	53
3.2.2.1.	Solución en modo H	54
3.2.2.2.	Solución en modo L	54
3.2.2.3.	Empalme de soluciones	56
3.2.3.	Estabilidad	58
3.2.4.	Dinámica de la barrera	62
4.	Modelo básico	71
4.1.	Sistema de ecuaciones	71
4.2.	Características de la transición	76
4.3.	Dependencias de la potencia umbral	84
4.4.	Comportamiento oscilatorio	87
5.	Modelo final	101
5.1.	Sistema de ecuaciones	102
5.2.	Propiedades de la transición	105
5.2.1.	Potencia inyectada	106
5.2.2.	Escalas de tiempos	108
5.2.3.	Irrupciones de ε	108
5.2.4.	Histéresis	110
5.3.	Efecto del perfil de NBI	110
5.4.	Efecto de la corriente	115
5.5.	Efecto del momento toroidal	118
6.	Conclusiones	123
A.	Estimación del coeficiente de saturación	127
B.	Ajuste del transporte	129
C.	Modelo de transporte en ASTRA	133
C.1.	Código fuente	133
C.2.	Fórmulas y subrutinas	138
C.2.1.	Fórmulas	139

C.2.1.1.	Difusión de las partículas, conductividad térmica electrónica (HEBDR)	139
C.2.1.2.	Conductividad térmica iónica (HABDR)	139
C.2.1.3.	Transporte en el borde del plasma (HARBGD)	140
C.2.1.4.	Longitud de mezclado (DELTA)	140
C.2.1.5.	Campo eléctrico radial (EFLR)	141
C.2.2.	Subrutinas	141
C.2.2.1.	Dependencia de γ con la cizalla magnética (GAM-MA0)	141
C.2.2.2.	Evolución del nivel de fluctuaciones (EPSDRV)	143
C.2.2.3.	Flujo poloidal por tensiones de Reynolds (REYNOLDS)	144

Índice de figuras

1.1. Tasas de reacción para un plasma maxwelliano	12
1.2. Producto de Lawson	14
1.3. Geometría magnética del tokamak.	19
2.1. Órbitas de partículas pasantes y atrapadas	28
2.2. Variación del transporte neoclásico con la frecuencia de colisión.	29
2.3. Perfiles de la corriente y q en TFTR con cizalla magnética normal e invertida	40
3.1. Heurística del modelo de transición	45
3.2. Difusividad diferencial negativa	46
3.3. Perfiles de la fuente de partículas y de la función que modula la tasa de crecimiento lineal (modelo a dos campos)	53
3.4. Soluciones en modo H (Ec. 3.17) y modo L (Ec. 3.24) usando las funciones S y γ_0 de la Fig. 3.3.	56
3.5. Solución en la región de la barrera de transporte, Ec. 3.25.	58
3.6. Solución numérica al sistema de Ecs. 3.29.	63
3.7. Evolución del nivel de fluctuaciones y de la densidad durante la transición en el modelo a dos campos.	65
3.8. Perfiles del nivel de fluctuaciones tras la transición según la inclinación de γ_0	66
3.9. Posición del pie de la barrera de transporte para distintos valores de la potencia inyectada al sistema.	67
3.10. Ciclo de histéresis en las señales del nivel de fluctuaciones y de la presión	68
3.11. Razón entre la tasa de crecimiento lineal y la tasa de supresión de las fluctuaciones, Ec. 3.26, y del criterio de existencia de solución en modo L, Ec. 3.22, correspondientes a intensidades de la fuente ligeramente por encima y por debajo de la condición crítica para la aparición de las oscilaciones.	69

4.1. Perfiles en equilibrio de la densidad y las temperaturas electrónica e iónica, calculados en una simulación de descarga de TFTR en modo RS con el modelo básico de transporte.	73
4.2. Perfiles de los coeficientes de transporte correspondientes al equilibrio de la Fig. 4.1	75
4.3. Perfiles típicos de γ_0 y del factor de seguridad usados con el modelo de transporte básico	76
4.4. Perfiles del nivel de fluctuaciones, el campo eléctrico radial y las tasas de crecimiento y descorrelación de la turbulencia correspondientes a la Fig. 4.1	77
4.5. Dependencia de la potencia umbral para la transición RS-ERS con el parámetro de supresión para distintas anchuras del perfil de deposición de NBI.	78
4.6. Evolución del tiempo de confinamiento de la energía y de la densidad de línea conforme se aumenta la potencia inyectada al sistema	79
4.7. Señales temporales de los coeficientes de transporte en la región de inversión de la cizalla magnética para el caso de la Fig. 4.6.	80
4.8. Perfiles de la presión termodinámica y del nivel de fluctuaciones en equilibrio para valores justo por debajo y por encima del umbral de potencia de la transición	80
4.9. Tasa de cizallamiento correspondiente a distintas anchuras de deposición de NBI	82
4.10. Descenso transitorio del nivel de fluctuaciones, tras producirse la transición, al exterior de la barrera de transporte.	83
4.11. Histéresis en el modelo de transición acoplado al modelo básico de transporte	83
4.12. Asimetría en las escalas de tiempo asociadas a la extinción de las fluctuaciones en la transición directa y a la recuperación del nivel de fluctuaciones en la transición inversa.	85
4.13. Dependencia de la potencia umbral para la transición RS-ERS con el campo magnético toroidal.	87
4.14. Dependencia de la longitud de escala asociada al gradiente de la presión y de las temperaturas iónica y electrónica, con el campo magnético.	88
4.15. Aparición de las oscilaciones.	89
4.16. Perfil radial del cociente entre los términos de forzado y de supresión en la ecuación de evolución del nivel de fluctuaciones previo a la aparición de las oscilaciones.	89
4.17. Perfiles de la densidad y de la difusividad efectiva de las partículas para dos casos caracterizados por distintas velocidades de propagación de las oscilaciones en el nivel de fluctuaciones.	90

4.18. Relación entre la difusividad en la evolución del nivel de fluctuaciones y el parámetro $\lambda^2 f$. Velocidad de propagación de las oscilaciones en función del parámetro $\sqrt{D_\varepsilon \gamma}$, donde γ es la tasa local de crecimiento de las fluctuaciones	92
4.19. Mapa de contornos de la evolución temporal de los perfiles de ε conforme P_{NBI} aumenta linealmente desde valores inferiores hasta valores superiores al umbral de la transición, P_u	93
4.20. Espectro de potencia de la señal temporal de ε correspondiente al frente de la barrera.	93
4.21. Dependencia de la frecuencia asociada a la amplitud máxima del espectro de ε , en el frente de la barrera de transporte, con la potencia inyectada al sistema.	94
4.22. Señales temporales de ε y del cociente ϱ entre los términos de supresión y forzado para valores de la potencia ligeramente por encima y por debajo del umbral para la aparición del comportamiento oscilatorio.	95
4.23. Elongación de la señal temporal de ϱ para potencias crecientes y decrecientes del haz de neutros.	96
4.24. Evolución temporal local del nivel de fluctuaciones y del tiempo de confinamiento de la energía con y sin la contribución de $\nabla^2 P$ a la tasa de cizallamiento.	98
4.25. Variación esquemática del nivel local de fluctuaciones de la densidad en función de la potencia inyectada, dependiendo de si las oscilaciones son posibles.	99
4.26. Representación esquemática de la variación del gradiente local de la presión conforme la potencia aportada al sistema cruza los valores críticos P_{osc} (umbral para las oscilaciones) y P_u (umbral de la transición).	100
5.1. Perfiles en equilibrio de n_e , T_e y T_i calculados con el código de transporte y comparación con la descarga TFTR n° 42992 en $t=3,80$ s	104
5.2. Escalado del tiempo de confinamiento de la energía frente a la potencia de NBI obtenido en los cálculos con el modelo de transporte	105
5.3. Señales temporales de la temperatura central iónica y del nivel de fluctuaciones de la densidad en respuesta a aumentos de la potencia de NBI en una configuración RS.	106
5.4. Perfiles del nivel de fluctuaciones, el factor de seguridad q y γ_0 antes, durante y después de una transición provocada por un aumento de la potencia de NBI en una configuración RS.	107
5.5. Señales temporales de la envolvente del nivel de fluctuaciones correspondientes a la Fig. 5.4	109
5.6. Efecto de histéresis en la energía total del plasma.	110
5.7. Efecto de la densidad en la deposición de potencia de NBI.	111

5.8. Perfiles de deposición de NBI, con diferentes anchuras de deposición, a la potencia umbral justo antes de la transición RS-ERS y flujo iónico integral correspondiente.	113
5.9. Señales temporales de la potencia de NBI y de la envolvente del nivel de fluctuaciones calculadas con aumentos de la potencia rápido y lento.	114
5.10. Simulación de la fase de arranque para alcanzar el estado RS. . . .	117
5.11. Señal temporal de la temperatura iónica central para un caso en que el forzado del perfil hueco de la corriente se atenúa antes y en el momento del aumento de la potencia	118
5.12. Perfiles de la densidad de corriente antes y después de aumentar la potencia de NBI en los dos casos de la Fig. 5.11	119
5.13. Evolución temporal del nivel de fluctuaciones dentro de la posición de inversión de cizalla magnética cuando la potencia de NBI aumenta en cálculos con y sin evolución de la corriente	120
5.14. Evolución temporal del valor de q en el eje magnético, del inverso de la longitud de escala asociada al gradiente de la densidad y del nivel de fluctuaciones en respuesta a un salto de la potencia de NBI inyectada al sistema. Se comparan tres casos diferenciados por el grado de coinyección del haz de neutros.	121
B.1. Barridos de la intensidad del plasma, la densidad y la potencia para obtener los factores multiplicativos de los coeficientes de transporte en el modelo simple de transporte	131

Índice de cuadros

1.1. Parámetros de diseño del tokamak TFTR.	20
1.2. Parámetros del plasma para la descarga TFTR D-T (Deuterio y Tritio) n° 80539.	21
2.1. Regímenes de confinamiento mejorado con formación de una barrera de transporte.	38
B.1. Comparación entre los datos de barridos en corriente, potencia y densidad realizados en TFTR y los resultados numéricos obtenidos con el código simple de transporte.	129

Parte I

Resumen

El objetivo último de la investigación en dispositivos de fusión es construir un generador que rentabilice la energía liberada por las reacciones de fusión nuclear. Estas reacciones se producen a temperaturas del orden del keV ($=1,16 \cdot 10^7$ K), muy superiores a las energías de enlace de los electrones de los reactivos (típicamente deuterio y tritio), por lo que éstos se encuentran en un alto grado de ionización. En los dispositivos de fusión por confinamiento magnético el estado de carga de los reactivos se aprovecha para confinarlos mediante campos magnéticos intensos. Las densidades de trabajo ($>10^{19} \text{ m}^{-3}$) unidas al estado de ionización son condiciones para que el sistema se encuentre en estado de plasma. El dispositivo de confinamiento magnético más desarrollado es el *tokamak*¹, en el que el campo magnético se configura mediante la adición del campo generado por bobinas externas y del inducido por la corriente que circula por el plasma, dando lugar, en primera aproximación, a un conjunto de superficies toroidales anidadas de flujo magnético constante. Sin embargo, más allá del proceso bien conocido de la fusión de núcleos ligeros, la dinámica no lineal con un elevado número de partículas inherente a la física del tokamak convierte su estudio en uno de los retos científicos de la actualidad. En particular, los elevados gradientes de presión termodinámica presentes en la operación del tokamak pueden llevar el plasma a un estado dominado por la turbulencia, la cual es, en sí, un activo campo de estudio. A su vez, la propia turbulencia en el tokamak parece concebible como la manifestación de una fase termodinámica del magnetoplasma, esto es, el plasma confinado magnéticamente es capaz de reorganizarse microscópicamente dando lugar a estados macroscópicos con propiedades distintas conforme se varían los parámetros de control del sistema. Tomando la potencia inyectada al sistema (la densidad de energía) como parámetro de control se encuentra que, al aumentarlo, el plasma confinado magnéticamente puede pasar de un estado dominado por la turbulencia (y caracterizado, en consecuencia, por una mala calidad del confinamiento) a un estado donde la turbulencia está prácticamente extinguida (lo que conlleva una definitiva mejora del confinamiento). En principio, no es obvio que un sistema difusivo/convectivo muy lejos del equilibrio termodinámico reaccione a un mayor aporte de energía reorganizándose para ralentizar notablemente su tendencia al equilibrio. Sin embargo, el fenómeno se ha observado en distintas condiciones experimentales y con muy diferentes geometrías magnéticas. Esto sugiere la existencia de algún mecanismo de reestructuración interna en el plasma confinado magnéticamente, capaz de alterar sus propiedades macroscópicas. Efectivamente, uno de los hitos recientes en el programa de la fusión nuclear por confinamiento magnético ha sido el descubrimiento de regímenes de operación en que la calidad del confinamiento mejora espontáneamente coincidiendo con una eliminación o reducción local de los niveles de turbulencia. Este hecho, reproducido en numerosos dispositivos de confinamiento magnético (no sólo del tipo tokamak) ha llevado a clasificar los modos de operación atendiendo a las propiedades del confinamiento.

¹El nombre procede de las siglas rusas para “cámara magnética toroidal”.

En la actualidad se coincide en llamar modo de “bajo confinamiento”, o modo L,² al modo de operación dominado por las pérdidas de partículas y energía a consecuencia del transporte turbulento. Los modos de “alto confinamiento” están sujetos a una clasificación mucho más compleja atendiendo tanto a las maneras en que se alcanzan como a sus propiedades particulares. Esta clasificación está pendiente de un entendimiento claro sobre los procesos físicos que gobiernan la transición a los modos de alto confinamiento. En definitiva, el fenómeno de transición del modo L a alguno de los modos de confinamiento mejorado asemeja una transición de fase termodinámica, en la cual algunas propiedades macroscópicas del sistema varían discontinuamente como función de los parámetros de control.

Los tiempos de confinamiento asociados a la operación en modo L exigen la construcción de reactores muy grandes y con un elevado aporte externo de energía para lograr la condición de encendido, o condición en la cual la potencia proveniente de las reacciones de fusión basta para que la reacción se automantenga. Este modo de operación no es económicamente viable. Por lo tanto, los proyectos actuales para construir un reactor por confinamiento magnético cuentan con la existencia de modos de alto confinamiento. El acceso a los mismos deberá, probablemente, formar parte habitual en la operación de un reactor de fusión porque la eliminación adecuada de los productos de la reacción y el control de la ganancia del reactor requerirán controlar las transiciones de un estado de confinamiento a otro. Por consiguiente, es importante entender la dinámica inherente a los procesos de transición de fase en estos plasmas y desarrollar las herramientas con que hacer cálculos predictivos en cada reactor. En este trabajo se investiga un modelo de transición entre modos de confinamiento, empezando por sus principios físicos y acabando por su inclusión en un modelo de transporte del tipo de los utilizados comúnmente para analizar los datos de reactores experimentales.

Las nociones generales en que se apoya el modelo de transición son las siguientes. Desde el punto de vista del transporte (difusividades, conductividades térmicas, etc.), el plasma confinado puede encontrarse en una de dos fases posibles. En la primera, o modo L, la energía con que se alimenta el sistema provoca un aumento de los gradientes de densidad y temperatura. Estos gradientes son fuentes de energía libre capaces de generar una serie de inestabilidades microscópicas cuyo crecimiento y saturación conforma un estado turbulento. Se rompe así la simetría impuesta inicialmente por la configuración magnética. A su vez, la turbulencia del plasma aumenta el transporte en el sistema relajando los gradientes termodinámicos. Cuando las pérdidas equilibran el aporte de energía, el sistema se estabiliza y la energía inyectada se reparte entre el sostenimiento de los gradientes termodinámicos y la turbulencia. En la otra fase posible, o modo de confinamiento mejorado, parte de la energía se invierte en generar un campo eléctrico capaz de reducir o suprimir la turbulencia, devolviendo la simetría original del sistema. En este caso, las pérdidas por transporte disminuyen y el estado estacionario corresponde, dado un mismo aporte de energía, a una mayor magnitud de los gradientes. En definiti-

²Del inglés “Low confinement”.

va, la supresión de la turbulencia lleva a una fase en que la energía se dirige mucho más eficientemente al calentamiento y densificación del plasma. En el caso de los dispositivos axisimétricos del tipo del tokamak, la simetría geométrica permite, al menos en primera aproximación, ignorar las coordenadas angulares (toroidal y poloidal) y el problema puede reducirse a la dimensión radial. Así, la supresión local de la turbulencia conlleva la creación de una barrera de transporte, o región radial en que las pérdidas de masa y energía del contenedor magnético se reducen notablemente. La región interior a la barrera pasa entonces a ser un buen acumulador de partículas y calor. Estas barreras pueden darse, en principio, en cualquier posición radial, incluyendo el borde del plasma. Aún más, experimentalmente se ha observado que la anchura de la barrera puede aumentar, llegando ocasionalmente a cubrir toda la sección transversal del plasma. En este tipo de descarga el transporte remanente se debe sólo a los procesos colisionales, inevitables a las densidades de trabajo del reactor, los cuales suponen una cota inferior para el transporte difusivo en el plasma confinado magnéticamente.

Para materializar el modelo de transición es necesario definir: (i) la relación entre el campo eléctrico y las demás variables del sistema; (ii) el mecanismo de supresión de la turbulencia a través del campo eléctrico; (iii) la evolución de la turbulencia en presencia de sus mecanismos de forzado, saturación y supresión; y (iv) la manera en que la turbulencia afecta al transporte y, por consiguiente, a los perfiles termodinámicos que determinan el campo eléctrico. Hay un acuerdo general en que la cizalla de la deriva ExB , o deriva de las partículas en un campo magnético en presencia de un campo electrostático, es capaz de reducir significativamente la turbulencia en el plasma. Fijado el campo magnético, la deriva ExB depende sólo del campo eléctrico. Éste puede obtenerse del balance de fuerzas en el plasma como combinación de la fuerza diamagnética y de la fuerza de Lorentz. El mecanismo de reducción se basa en la rotación diferencial de las estructuras turbulentas en presencia de una fuerte cizalla en el flujo de velocidad ExB , en cuyo caso la descorrelación de las estructuras turbulentas impuesta por el cizallamiento es mayor que su descorrelación natural en presencia sólo de los mecanismos de forzado. Alcanzado un nivel suficiente de cizallamiento, la consecuencia macroscópica es la extinción de la turbulencia. Su evolución temporal, expresada a través de la evolución del nivel de fluctuaciones de la densidad del plasma, se modeliza en base a una competición entre las tasas lineales del crecimiento de las fluctuaciones y del cizallamiento de la velocidad ExB , o tasa de supresión de las fluctuaciones. Los coeficientes de transporte del sistema consisten en un nivel de transporte colisional subyacente más un coeficiente de transporte anómalo, dependiente del nivel de fluctuaciones, que domina al transporte colisional mientras existan niveles no despreciables de las fluctuaciones.

El mecanismo de la transición se debe a las distintas dependencias con los perfiles termodinámicos (e.g. la presión) de las tasas de crecimiento y de supresión de las fluctuaciones. Por un lado, la tasa de crecimiento de las fluctuaciones aumenta localmente con el aumento del gradiente de la presión, que es la principal fuente de energía libre para provocar inestabilidades en el interior del plasma. Por

otro, el campo eléctrico también aumenta con el gradiente de la presión, de manera que éste modifica la cizalla de la deriva $E \times B$. Existe un gradiente crítico a partir del cual la tasa de supresión no sólo supera al forzado de la turbulencia, sino que crece más rápido con el aumento del gradiente de la presión. Esto provoca la supresión local de las fluctuaciones y, por lo tanto, del transporte anómalo local dando lugar a la barrera de transporte. La barrera fuerza un ulterior crecimiento del gradiente local de la presión. Se obtiene así un mecanismo de retroalimentación positiva: Una vez iniciado el proceso, el crecimiento del gradiente de la presión aumenta aún más la cizalla del flujo $E \times B$ con respecto al forzado de las fluctuaciones, aumentando así el efecto supresor de la turbulencia. La consecuencia es que la barrera de transporte se ensancha a partir de la posición donde se da la condición de gradiente crítico. El proceso se detiene cuando el flujo de energía en el interior de la barrera es demasiado pequeño para mantener la condición de gradiente crítico. El estado final se caracteriza por un mayor tiempo de confinamiento de la energía, habiéndose producido una bifurcación en el transporte. Las velocidades toroidal y poloidal del fluido plásmico también intervienen, a través de la fuerza de Lorentz, en la magnitud del campo eléctrico y pueden actuar como iniciadores de este mecanismo. En consecuencia, es necesario investigar a su vez los mecanismos generadores del momento toroidal y del poloidal. Por otro lado, la interacción no lineal entre las distintas componentes del modelo, así como la presencia de términos en derivadas segundas de los perfiles termodinámicos, complican notablemente los procesos comentados en este párrafo y deben ser tenidos en cuenta. No obstante, los argumentos de gradiente crítico ofrecen una buena aproximación intuitiva al problema.

En base a las nociones anteriores se han desarrollado, en los últimos años, modelos simplificados de transición acoplando la dinámica de la turbulencia a la evolución de un perfil difusivo (e.g. la densidad) a través del transporte anómalo. Los pasos seguidos han consistido en investigar por separado el efecto del flujo de velocidad poloidal [Diamond et al. (1994)], incorporando luego el gradiente de la presión (densidad) [Carreras et al. (1994)], y de los flujos de velocidad [Newman et al. (1995); Staebler et al. (1997)]. En el trabajo presente se integran todas estas componentes en un modelo más realista de transición/transporte, semejante a los utilizados habitualmente para hacer análisis del transporte en los dispositivos experimentales, prestando atención a los procesos dinámicos no considerados con anterioridad por no pertenecer a la heurística de las transiciones a través de gradientes críticos. Esto permite una evaluación más cuantitativa de las características del modelo y un cotejo más directo con los datos experimentales. La complejidad del sistema aconseja proceder, también aquí, escalonadamente: Primero se construye un modelo analítico sencillo que contiene la dinámica básica del proceso de transición. Este modelo permite ilustrar las facetas fundamentales de la teoría e introducir los conceptos que se usarán posteriormente. En una segunda etapa se acopla la evolución de la turbulencia a un modelo de transporte que incorpora las ecuaciones de evolución de la densidad y las temperaturas electrónica e iónica en geometría cilíndrica. Este modelo es una primera aproximación a la descripción del

transporte en un dispositivo experimental, con la que es posible inferir algunas dependencias básicas de los parámetros importantes de la transición. A continuación se aprovecha la experiencia ganada con este modelo para investigar la dinámica de la transición en un sistema de transporte que incorpora la geometría magnética y la evolución de los perfiles de las fuentes externas de calor, partículas, momento lineal y densidad de corriente. Con este modelo de transporte se pueden acometer cálculos cotejables con muchos dispositivos toroidales actuales. La incorporación de la dinámica de la transición puede convertirlo en una herramienta valiosa.

El trabajo se desarrolla en adelante como sigue: Tras este resumen, en la Parte II se establece el ámbito del problema. Primero se exponen algunas nociones básicas de la fusión por confinamiento magnético (capítulo 1). El capítulo 2 introduce el problema del transporte. Es necesaria una clara distinción entre los niveles irreducibles de transporte, asociados con la naturaleza colisional de la difusión y con la geometría magnética (sección 2.2), y el transporte anómalo o turbulento, asociado con el establecimiento y saturación de inestabilidades microscópicas (sección 2.3). A continuación (sección 2.4) se desarrolla el concepto anteriormente mencionado de “modo de confinamiento”, en base a distintas observaciones experimentales. La Parte III es el contenido principal del trabajo. En el capítulo 3 se expone en detalle el modelo de transición de bajo a alto confinamiento a través de la formación de barreras de transporte. Para ello, en la sección 3.1 se explica la heurística del modelo y se desarrollan sus componentes: los coeficientes de transporte anómalo, cuya dependencia con otras magnitudes del problema dictamina el proceso de la transición; la evolución de la envolvente del nivel de fluctuaciones de la densidad, que interviene directamente como efecto de la turbulencia en los coeficientes de transporte; y la formación del campo eléctrico radial, cuyo cizallamiento provee el mecanismo de supresión del nivel de fluctuaciones. La sección 3.2 es una aproximación analítica a la solución del modelo, cuyos resultados serán útiles en secciones subsiguientes. Las facetas principales encontradas en el estudio analítico se ilustran con algunos resultados numéricos al final de la sección. En el capítulo 4 se describe una realización práctica (sección 4.1) del modelo expuesto en el capítulo 3 para el caso de la formación de barreras internas de transporte en el tokamak TFTR. Con él se hace un estudio de las facetas dinámicas principales (sección 4.2) y se analizan algunas dependencias del umbral de la transición (sección 4.3) directamente comparables con los experimentos. En la sección 4.4 se afina el estudio de la dinámica, analizando un fenómeno oscilatorio que puede tener relación con fenómenos similares observados experimentalmente. En el capítulo 5 se extiende el modelo de transporte usado en el capítulo 4. En este caso se emplea el código de transporte ASTRA completándolo con la evolución del nivel de fluctuaciones y del flujo toroidal de fluido para incorporar la dinámica de la transición.

Al final del trabajo se dan las conclusiones y se detallan las citas bibliográficas del texto. Las citas se han ordenado alfabéticamente por conveniencia, con la excepción de las últimas referencias ([89] - [96]), que consisten en una lista de la literatura de carácter más general empleada para documentar la Parte II del trabajo. En los apéndices se añaden algunos cálculos no incluidos en el texto prin-

cial para facilitar su lectura. Para aligerar esta memoria, se omiten los listados de los códigos de cálculo utilizados en la elaboración del trabajo. Excepcionalmente, y dado su interés documental, un último apéndice lista los códigos que se han creado para implementar el modelo de transición/transporte en ASTRA. Salvo que se indique expresamente, las fórmulas se presentan en unidades del Sistema Internacional, a excepción de las temperaturas, que se dan en unidades de energía (keV).

Parte II

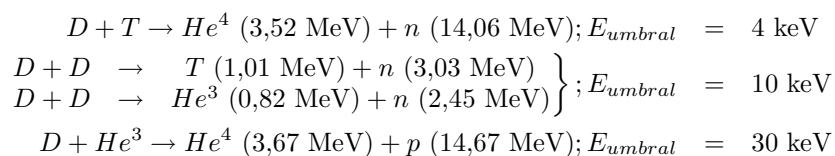
Conceptos básicos

Capítulo 1

Confinamiento magnético

1.1. Condiciones para la fusión

El problema de la fusión controlada consiste en conseguir ganancia neta en un reactor comercialmente viable a partir de la fusión de núcleos atómicos. La energía media de enlace por nucleón aumenta con la masa nuclear hasta $A \approx 50$. Las reacciones de fusión más exotérmicas se dan normalmente entre los núcleos más ligeros. Así, algunas reacciones candidatas al uso comercial son (D: Deuterio, T: Tritio)



donde E_{umbral} es la energía cinética umbral en el centro de masas para que pueda darse la reacción de fusión. Estos valores indican el orden de magnitud mínimo de las temperaturas necesarias para lograr las reacciones. Para encontrar las temperaturas de trabajo óptimas es necesario saber cómo varía la tasa de reacción con la temperatura en cada caso. La tasa de reacción para densidades n semejantes de los reactivos es $r \approx (1/2)n^2 \langle \sigma v \rangle$, donde v es la velocidad térmica de los núcleos fusionantes, σ es la sección eficaz de la reacción y $\langle \sigma v \rangle$ simboliza el promedio sobre la distribución de velocidades. La figura 1.1 muestra el valor de $\langle \sigma v \rangle$, en función de la temperatura T , para las reacciones de laboratorio más comunes suponiendo una distribución maxwelliana de las velocidades. La reacción D-T es conveniente porque presenta una tasa de reacción comparativamente alta a temperaturas en torno a 20 keV, donde r presenta un máximo. Idealmente, la operación de un reactor debe darse en la proximidad de dicho máximo y a la densidad más alta posible.

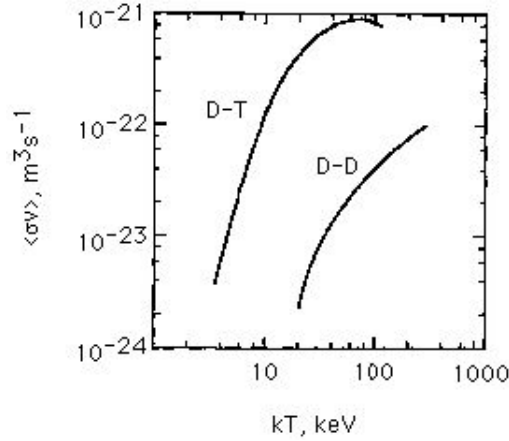


Figura 1.1: Tasa de la reacción de fusión nuclear en función de la temperatura para un plasma maxwelliano.

Para automantener la tasa de reacción es fundamental que la energía producida por las reacciones permanezca en el sistema el tiempo suficiente. Una medida apropiada es el *tiempo de confinamiento* de la energía, $\tau_E = Q_p/P_t$, donde Q_p es la energía térmica total almacenada en el reactor y P_t es la potencia total transferida al mismo. En suma, los tres requisitos físicos básicos para desarrollar un reactor de fusión son que (i) una densidad suficiente de plasma, n , esté: (ii) confinada durante el suficiente tiempo, τ_E , y a: (iii) una temperatura apropiada, T , para producir potencia termonuclear neta. Dada la temperatura óptima para la reacción nuclear, el objetivo es lograr un cierto valor del producto $n\tau_E$, llamado *parámetro de confinamiento*. Estas condiciones se resumen en el *criterio de Lawson*, $n\tau_E \geq f(T)$, que da el valor mínimo del parámetro de confinamiento para que la reacción de fusión genere más energía que la requerida para crear y mantener el plasma, esto es, para que se dé la condición de ignición del reactor. En la figura 1.2 se muestra la dependencia del parámetro de confinamiento con la temperatura para las reacciones D-D y D-T. La curva $f(T)$ se ha trazado para los criterios de (a) equiparación entre la potencia termonuclear y la potencia inyectada al plasma¹, y (b) de ignición, el cual exige valores mayores del parámetro de confinamiento porque tiene en cuenta, además de la potencia inyectada para mantener el plasma, que sólo una fracción de la potencia de fusión se reabsorbe en el plasma. Para la reacción D-T se tiene $n\tau_E \geq 3 \cdot 10^{20} \text{ m}^{-3}\text{s}$. Otras reacciones, como D-He³, requieren parámetros de confinamiento mucho mayores. La ventaja con estas reacciones, llamadas de “combustibles avanzados”, es que la producción de neutrones es muy inferior.

¹ “breakeven” en la literatura inglesa.

El problema fundamental con los neutrones es que su neutralidad de carga impide controlarlos adecuadamente. Los neutrones energéticos son capaces de activar nuclearmente los materiales próximos al plasma, degradando sus propiedades y dificultando su manejo. Con los combustibles avanzados los productos de reacción, siendo partículas cargadas, pueden guiarse fácilmente fuera del reactor. Es más, las partículas cargadas son una fuente directa de energía eléctrica, lo que aumenta la eficiencia de la conversión.

Las temperaturas elevadas son un requisito indispensable para las reacciones de fusión. La presión mecánica a la que va a estar sujeto un reactor es igual al producto nT (con T en unidades de energía) y, por lo tanto, existe una limitación práctica debida a la densidad (presión) que puede soportar una estructura electromagnética/mecánica. Una manera de aproximarse al criterio de encendido (ver Fig. 1.2) solventando esta limitación es el llamado *confinamiento inercial*, donde se trabaja con densidades altísimas a cambio de permitir que el combustible se expanda libremente. En este caso, el tiempo de confinamiento se reduce al tiempo de transmisión de los iones a través del combustible. La otra manera práctica de satisfacer el criterio de Lawson consiste en trabajar a presiones moderadas, es decir, tales que pueda construirse una estructura confinadora capaz de albergarlas, con la contrapartida de que son necesarios valores de τ_E mucho mayores. El método más desarrollado en este sentido es el confinamiento magnético.

1.2. Confinamiento magnético

En condiciones de densidad y temperatura apropiadas para la fusión nuclear la materia se encuentra en estado de plasma. Un plasma es una colección de partículas cargadas en que la densidad es (i) tan alta que las fuerzas coulombianas entre ellas es un factor importante para determinar las propiedades estadísticas del sistema, pero (ii) la rarefacción es suficiente para que las interacciones entre partículas vecinas vengan dominadas por las fuerzas coulombianas ejercidas por muchas partículas distantes, es decir, para que el sistema muestre comportamientos colectivos. El estado de carga de los reactivos permite utilizar fuerzas electromagnéticas para confinarlos. En el caso del confinamiento magnético se utilizan trampas magnéticas con distintas geometrías, siempre buscando la máxima estabilidad del contenedor magnético en las condiciones de fusión. Uno de los conceptos de trampa magnética más desarrollados es el *tokamak*, al que se dedica la sección 1.3 por su incidencia en este trabajo.

El plasma confinado magnéticamente puede encontrarse en equilibrio de fuerzas pero no en equilibrio termodinámico. En equilibrio termodinámico la función de distribución en el espacio de fases viene dada por una distribución de Boltzmann, $f \sim \exp(-\mathcal{H}/T)$, donde \mathcal{H} es el hamiltoniano correspondiente a una partícula cargada en presencia de campos eléctricos y magnéticos. En las condiciones del plasma confinado, el estado de equilibrio implica una densidad uniforme de partículas con independencia del campo. En consecuencia, el plasma está inher-

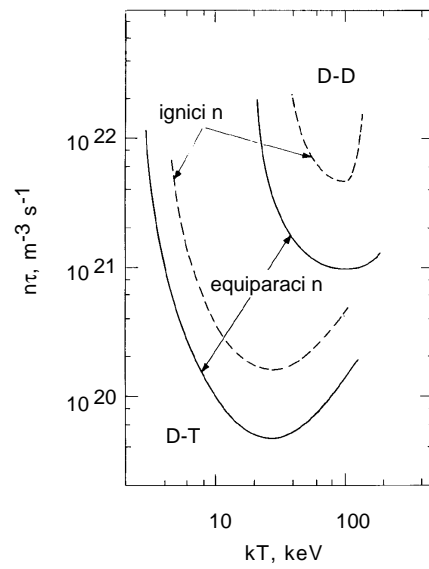


Figura 1.2: Producto de Lawson para obtener las condiciones de equiparación (potencia de fusión = potencia inyectada) e ignición, en función de la temperatura, para las reacciones D-D y D-T.

entamente lejos del equilibrio termodinámico y el objetivo es aminorar la tendencia del sistema hacia el mismo para facilitar que la reacción de fusión se automantenga. Dicha tendencia puede expresarse a través de τ_E , cuya importancia en la ganancia del reactor puede estimarse de la siguiente manera. Supongamos, por simplificar, que toda la energía del plasma procedente de las reacciones de fusión es reaprovechable para calentar el plasma. Entonces la ganancia de un reactor de fusión es

$$Q = (\text{potencia de fusión})/(\text{potencia de pérdidas}) = P_f/P_p \quad (1.1)$$

donde

$$\begin{aligned} P_f &= n_D n_T \langle \sigma v \rangle \Delta E_f \approx \frac{n_e^2}{4} \langle \sigma v \rangle \Delta E_f \\ P_p &= \frac{3n_e T}{\tau_E} + P_{rad} \end{aligned} \quad (1.2)$$

En las Ecs. 1.2, n_D y n_T simbolizan densidades de deuterio y tritio respectivamente, que, por simplicidad, se toman iguales a $(1/2)n_e$ siendo n_e la densidad electrónica. ΔE_f es la energía cinética de los productos de fusión liberada por cada reacción y $3n_e T/\tau_E$ es una estimación de las pérdidas por confinamiento de energía del plasma. En este término, $n_e T$ es una densidad de energía (T se expresa nuevamente en unidades de energía, v.g. keV) y el tiempo de confinamiento τ_E viene a ser una medida del tiempo en que dicha energía escaparía del sistema al apagar las fuentes. P_{rad} son las pérdidas por radiación, en las que se añaden la recombinación radiante, P_R , la recombinación dielectrónica, P_D , la radiación de línea, P_L , la radiación de ciclotrón, P_C , y la radiación de frenado (*bremsstrahlung*), P_B . A temperaturas suficientemente altas, $P_B \sim n_e^2 \sqrt{T}$ domina las pérdidas por radiación. Se sabe que P_{rad} no es dominante si se mantiene pequeña la densidad de impurezas, las cuales podrían provocar pérdidas elevadas a través de procesos de radiación y recombinación. Actualmente, de hecho, el término dominante en las Ecs. 1.2 corresponde a las pérdidas por confinamiento del plasma. Éstas vienen caracterizadas por τ_E , de manera que, de las Ecs. 1.1 y 1.2,

$$Q \sim (n\tau_E) \left(\frac{\langle \sigma v \rangle \Delta E_f}{12T} \right) \quad (1.3)$$

donde el factor que acompaña al parámetro de confinamiento depende sólo de la temperatura y de la reacción nuclear. Obsérvese, pues, que la Ec. 1.3 tiene la forma del criterio de Lawson. Que un reactor de fusión termonuclear rentable requiera ganancias $Q \gg 1$ es equivalente a requerir que se satisfaga como mínimo la condición de ignición (Fig. 1.2). Ya se ha comentado que existen limitaciones al valor máximo de la densidad, $n \sim 10^{20} \text{ m}^{-3}$, luego son necesarios tiempos de confinamiento $\tau_E \sim 1$ s o mayores trabajando a esas densidades. En principio esto sería posible construyendo máquinas de gran tamaño, lo cual va en contra de la

viabilidad económica del reactor. La única solución práctica al problema consiste en encontrar una configuración magnética cuyas propiedades de confinamiento permitan los valores requeridos de τ_E con un diseño mecánico económicamente aceptable. Por otro lado, el balance entre la presión termodinámica $P = nT$ y la presión magnética $B^2/2\mu_0$ dificulta la estabilidad del contenedor magnético. Un reactor debe buscar la máxima relación entre ambas presiones, $\beta = 2\mu_0 P/B^2$, compatible con altos valores de τ_E . El diseño de reactor con el que se han alcanzado valores más altos del tiempo de confinamiento en condiciones de densidad y temperatura aptas para la fusión es el tokamak (ver, p.ej. [Wagner (1997)]).

1.3. El tokamak

1.3.1. Movimiento de las cargas en el campo magnético

El confinamiento por campo magnético se basa en las constricciones que éste impone al movimiento de las partículas cargadas. Cuando éstas presentan una alta relación carga/masa su movimiento queda, en buena aproximación, guiado por la dirección del campo magnético. La naturaleza solenoidal del campo, a su vez, permite configurarlo a modo de contenedor magnético ocupando un volumen finito del espacio. Dentro de la familia de contenedores magnéticos se encuentran los sistemas toroidales, en los que un solenoide (en realidad, un conjunto de bobinas) se cierra sobre sí dando lugar a una cámara toroidal. El verdadero contenedor es la estructura magnética generada con esta disposición. La geometría magnética en vacío se calcula a partir de las corrientes que circulan por las bobinas. En presencia del plasma, dicha geometría debe calcularse teniendo también en cuenta las órbitas de cada partícula y sus derivas colectivas.

La energía cinética de las partículas del plasma en una descarga típica es del orden de 10 keV. Las velocidades promedio más altas corresponden a los electrones y se encuentran en torno a 10^7 m/s. En estas condiciones se puede usar la ecuación no relativista del movimiento

$$\frac{d\mathbf{v}}{dt} = Ze\mathbf{v} \times \mathbf{B} + \frac{\mathbf{F}}{m} \quad (1.4)$$

donde \mathbf{v} es la velocidad de la partícula, m su masa, Ze su estado de carga por la carga electrónica y \mathbf{B} el campo magnético. Otras fuerzas presentes en el problema se simbolizan por \mathbf{F} . La solución a la Ec. 1.4 puede aproximarse escindiéndola en tres componentes: (i) movimiento a lo largo de las líneas de campo con posible aceleración debida a F_{\parallel} (componente de \mathbf{F} paralela a \mathbf{B}), \mathbf{v}_{\parallel} ; (ii) movimiento perpendicular de giro alrededor de \mathbf{B} e independiente de \mathbf{F} , \mathbf{v}_{gir} ; y (iii) movimiento de deriva, también perpendicular a \mathbf{B} , causado por las fuerzas F_{\perp} perpendiculares a \mathbf{B} , \mathbf{v}_d :

$$\mathbf{v} = \mathbf{v}_{\parallel} + \mathbf{v}_{gir} + \mathbf{v}_d \quad (1.5)$$

De la componente perpendicular a \mathbf{B} en la Ec. 1.4 con $\mathbf{F} = 0$ se obtiene un movimiento circular en torno a la línea de campo magnético con radio ρ (radio de Larmor) y frecuencia angular $\omega_c = eB/m$ (frecuencia de ciclotrón), correspondiente a \mathbf{v}_{gir} . La combinación de los movimientos \mathbf{v}_{gir} y \mathbf{v}_{\parallel} da lugar al movimiento helicoidal de las partículas en torno al campo magnético. Puede demostrarse que la forma general de la velocidad de deriva \mathbf{v}_d es

$$\mathbf{v}_d = \frac{\mathbf{F} \times \mathbf{B}}{ZeB^2} \quad (1.6)$$

La descomposición Ec. 1.5, llamada *aproximación de centro guía* o *aproximación adiabática*, es válida si: el tamaño del plasma es mucho mayor que el radio de Larmor iónico ($R \gg \rho_i \sim 10^{-3}$ m); la escala de tiempos medios entre colisiones es grande comparada con la del movimiento de ciclotrón; tanto \mathbf{F} como \mathbf{B} varían muy lentamente con el tiempo ($dB/dt \sim 0$; $dF/dt \sim 0$); y las variaciones espaciales de \mathbf{F} y \mathbf{B} son pequeñas con respecto al radio de Larmor iónico ($|\nabla B| \ll B/\rho_i$; $|\nabla F| \ll F/\rho_i$). Puesto que $\rho_i/\rho_e = \sqrt{m_i/m_e}$, el radio de Larmor iónico es mucho mayor que el electrónico y por ello se hace referencia a éste en las desigualdades anteriores. En muchos casos prácticos el movimiento de las partículas se puede reducir a \mathbf{v}_{\parallel} y \mathbf{v}_d , es decir, se puede asociar el movimiento de cada partícula al movimiento del centro de curvatura de \mathbf{v}_{gir} , también llamado *centro guía*. En el orden que corresponde a la Ec. 1.5 es evidente que sólo las derivas perpendiculares \mathbf{v}_d desempeñan un papel importante en la pérdida de partículas, o pérdida de confinamiento del tokamak.

El plasma es diamagnético porque el movimiento de giro de las partículas cargadas induce un campo magnético opuesto al del campo confinador. Si la densidad es alta, el campo magnético se debilita notablemente en el centro del plasma. Esto genera campos no uniformes. Por otro lado, la disposición de las bobinas de campo para lograr la geometría magnética toroidal impone una dependencia $B \sim 1/R$, siendo R el radio mayor del toroide. En un campo magnético cuyo módulo varía espacialmente las partículas están sujetas a la fuerza $\mathbf{F} = -\mu\nabla B$, donde $\mu = mv^2/2B$ es el momento magnético, que provocará una deriva $\mathbf{v}_{\nabla B}$ según la Ec. 1.6. La fuerza centrífuga de las partículas provoca otra deriva semejante \mathbf{v}_c . Ambas derivas dependen del signo de la carga, de modo que electrones e iones tienden a moverse en sentidos opuestos. La consecuencia es un campo eléctrico vertical. Teniendo nuevamente en cuenta la ecuación 1.6, de la fuerza $Ze\mathbf{E}$ de este campo eléctrico resulta otra deriva, conocida como velocidad $\mathbf{E} \times \mathbf{B}$,

$$\mathbf{v}_{E \times B} = \frac{\mathbf{E} \times \mathbf{B}}{B^2} \quad (1.7)$$

esta vez de igual sentido para iones y electrones, y siempre hacia el exterior del toroide. La columna de plasma tiende, pues, a salirse de la configuración magnética en la dirección radial. Para compensar este efecto inevitable se añade un campo magnético perpendicular a las direcciones toroidal y radial (dirección poloidal). La combinación del campo toroidal B_ξ con el campo poloidal B_θ da, en ausencia del

plasma, una configuración magnética en que las líneas de campo se enrollan helicoidalmente alrededor del toroide como se esquematiza en la Fig. 1.3. El propósito del campo B_θ es, pues, reducir o eliminar la deriva $\mathbf{v}_{E \times B}$.

1.3.2. Geometría magnética

En un tokamak la magnitud del campo poloidal viene a ser un orden de magnitud menor que la del campo toroidal, $B_\theta \ll B_\xi$. El campo B_θ se genera induciendo una corriente en el plasma por efecto transformador al aumentar la corriente en un bobinado primario cuyo secundario es el propio plasma. El perfil de la corriente inducida determina el perfil de B_θ y, por lo tanto, la curvatura de las líneas magnéticas es una función del radio. Es útil definir un número de bobinado para caracterizar el enrollamiento de las líneas de campo sobre cada tubo magnético, dada su incidencia en los problemas de estabilidad. Conceptualmente, si una línea de \mathbf{B} da m vueltas en la dirección poloidal por cada n vueltas en la dirección toroidal, dicho número es m/n . Dado en radianes, el número $2\pi m/n$ indica un giro de $2\pi m/n$ radianes en la dirección poloidal por cada giro completo en la dirección toroidal. A este ángulo se le llama *transformada rotacional*, ι , y es una función del radio menor del tokamak (Fig. 1.3). Se utiliza a menudo el *factor de seguridad*

$$q(r) \equiv \frac{2\pi}{\iota(r)} \approx \frac{r}{R} \frac{B_\xi}{B_\theta} \quad (1.8)$$

donde R es el radio mayor y r es el radio menor del toroide, o radio de la sección transversal de la cámara toroidal. La definición Ec. 1.8 se ha expresado en geometría cilíndrica por simplicidad. En ocasiones es necesario tener en cuenta la geometría toroidal, para lo que se definen coordenadas radiales más convenientes con la condición de que sean constantes en cada superficie de flujo magnético. Ejemplos de coordenada radial son el volumen encerrado por la superficie de flujo magnético constante, el flujo magnético poloidal y el flujo magnético toroidal. Un perfil típico de la corriente presenta un máximo en el centro de la columna de plasma (donde la temperatura es mayor) y decrece monótonamente hacia el exterior. Consecuentemente, el enrollamiento de las líneas de campo es menor cerca del exterior del plasma que del centro, o sea, ι decrece con el radio menor (q aumenta). Obsérvese que las líneas con q racional etiquetan líneas de campo que se cierran sobre sí mismas al cabo de un determinado número de vueltas en la dirección toroidal. Un q irracional etiqueta a una línea de fuerza que cubre ergódicamente una superficie toroidal. El perfil de q es relevante tanto en la estabilidad macroscópica de la configuración magnética como en la estabilización de modos microscópicos asociados a la turbulencia del plasma.

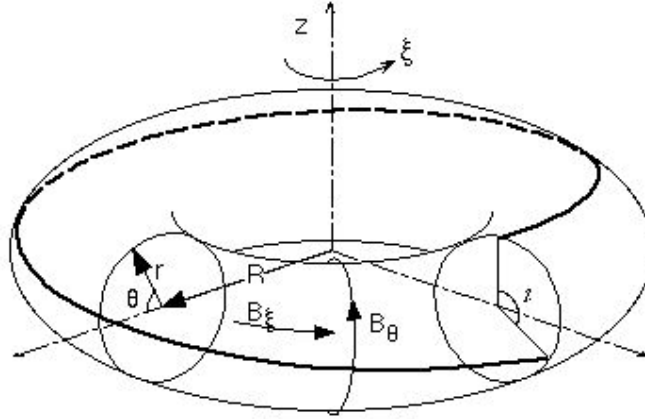


Figura 1.3: Esquema de la geometría magnética de un tokamak. Se muestran las coordenadas: radio mayor, R ; radio menor, r ; ángulo poloidal, θ ; ángulo toroidal, ξ . También se muestra el significado del ángulo ι y una línea de campo sobre la superficie toroidal.

1.3.3. Operación del tokamak. TFTR.

Una descarga típica consiste en establecer el campo magnético toroidal dentro de la cámara, bombear gas (p. ej. hidrógeno y deuterio) e ionizarlo para permitir el confinamiento. La ionización se puede imponer a través de un pulso de alta frecuencia. La corriente necesaria para generar el campo poloidal se induce por efecto transformador, proveyendo a su vez el calentamiento inicial del plasma por efecto Joule (ver, p.ej., [Dimock (1973)]). Esta fase no puede mantenerse durante mucho tiempo por limitaciones en el generador de corriente del transformador. Por otro lado, la resistividad del plasma, η , disminuye con la temperatura, disminuyendo así la efectividad de la potencia óhmica $\sim \eta J^2$. Durante los primeros años de estudio del tokamak el calentamiento óhmico era la única fuente externa de energía para calentar el plasma. En la actualidad existen diversas técnicas de calentamiento capaces de aportar energías un orden de magnitud mayores que el calentamiento óhmico. Una de ellas es la inyección de haces energéticos de átomos neutros, o NBI.² El método consiste en acelerar un haz iónico de alta corriente y hacerlo pasar por una cámara de gas en donde los iones rápidos se neutralizan por intercambio de carga. El haz de neutros es entonces capaz de atravesar la barrera magnética y penetrar en la columna de plasma, donde se da un proceso de reionización por impacto con los electrones e iones del plasma y por intercambio de carga. De este modo, las partículas inyectadas quedan atrapadas en la

²Del inglés "Neutral Beam Injection".

estructura magnética y van cediendo su energía y momento conforme se ralentizan, calentando el plasma. Cuando la inyección es tangencial a la cámara toroidal, el haz de neutros actúa también como fuente de momento toroidal. Además, el haz puede promover un movimiento relativo de electrones e iones, forzando así una corriente toroidal. En algunos tokamak se usan inyectores de neutros enfrentados para controlar la cantidad de momento transferida al plasma. Otros modos de calentamiento requieren el uso de antenas emisoras en la pared interna del tokamak o guías de ondas. De entre los más comunes se encuentran los métodos de calentamiento por microondas o radiofrecuencias, en los que se aprovechan las resonancias a la frecuencia de ciclotrón de los electrones (ECRF) y los iones (ICRF)³ para suministrarles energía.

Este trabajo se basa principalmente en el dispositivo “Tokamak Fusion Test Reactor” (TFTR) [Young et al. (1984); Hawryluk et al. (1995)], uno de los tokamak grandes concebidos en la década de los ochenta. Uno de los objetivos de diseño de TFTR era asegurar la viabilidad de las condiciones de un reactor nuclear utilizando las técnicas entonces conocidas de confinamiento y calentamiento del plasma. Esta máquina se equipó con más de 30 MW de potencia por inyección de haces de neutros. Parte del atractivo de TFTR para estos estudios es la sencillez de su geometría magnética (sección poloidal circular) y la disponibilidad de su gran número de diagnósticos. La Tabla 1.1 muestra algunas de las características principales del diseño de TFTR. Algunas de estas características se mejoraron con posterioridad (p.ej. la potencia de NBI). En la Tabla 1.2 se muestran algunos parámetros del plasma y del modo de operación en una descarga de altas prestaciones en TFTR. Estas tablas sirven para dar una idea del sistema físico sobre el que versa el presente trabajo.

Cuadro 1.1: Parámetros de diseño del tokamak TFTR.

Parámetro	Diseño	Descripción
R_0	2,1 - 3,1 m	Radio mayor del plasma
a	0,4 - 0,85 m	Radio menor del plasma
B_T	5,2 T	Campo magnético toroidal
I_p	3 MA	Corriente del plasma
P_{NBI}	33 MW	Potencia de NBI
P_{ICRF}	12,5 MW	Potencia de ICRF

³Siglas comunes en la literatura para “Electron Cyclotron Resonance Frequency” y “Ion Cyclotron Resonance Frequency”.

Cuadro 1.2: Parámetros del plasma para la descarga TFTR D-T (Deuterio y Tritio) n° 80539.

Parámetro	Valor	Descripción
R_0	2,52 m	Radio mayor del plasma
a	0,87 m	Radio menor del plasma
B_T	5,6 T	Campo magnético toroidal
I_p	2,7 MA	Corriente del plasma
P_{NBI}	39,5 MW	Potencia de NBI
n_e	10^{20} m^{-3} MW	Densidad electrónica
T_i	32 keV	Temperatura iónica
T_e	13,5 MW	Temperatura electrónica
W_{tot}	6,9 MJ	Energía almacenada
τ_E	0,21 s	Tiempo de confinamiento de la energía
P_{D-T}	10,7 MW	Potencia de fusión generada

Capítulo 2

Transporte

El problema del cálculo de los coeficientes de transporte (conductividades, difusividades) es fundamental en la descripción física del plasma confinado magnéticamente. El tiempo de confinamiento de la energía viene a expresar la capacidad del contenedor magnético para retener la energía en su interior. En presencia de gradientes termodinámicos esta capacidad es menor cuanto mayores son las difusividades y conductividades térmicas del sistema, es decir, cuanto mayores son los coeficientes de transporte que relacionan los flujos de partículas y energía con los gradientes. En la sección 2.1 se indica el modo en que dichos coeficientes aparecen en una descripción estadística básica del sistema. A continuación se introducen el transporte colisional (sección 2.2), procedente del movimiento de las cargas en la geometría magnética, y el transporte anómalo (sección 2.3), relacionado con el desarrollo y saturación de estructuras turbulentas. Aquí se introducirán los modelos concretos de transporte turbulento que serán usados en los siguientes capítulos. Por último (sección 2.4), se introducen y clasifican los modos de confinamiento desde la perspectiva del transporte.

2.1. Ecuaciones del transporte

El plasma se presta a una descripción estadística por su elevado número de grados de libertad. El punto de partida es la descripción cinética dada a través de funciones de distribución, f , que simbolizan el número de partículas de cada especie (electrones y especies iónicas) por intervalo espacial y de velocidad. En ausencia de colisiones existe una ecuación de continuidad en el hiperespacio de posiciones y velocidades, o *espacio de fases*, proveniente de la conservación del número de partículas, cuya consecuencia es que la función de distribución local $f(\mathbf{r}(t), \mathbf{v}(t))$ no cambia cuando se sigue la trayectoria en el espacio de fases (i.e., $df/dt = 0$). La principal ecuación de la teoría cinética, la ecuación de Boltzmann, indica que si existen procesos colisionales que convierten en discontinuas las trayectorias en

el espacio de fases, el cambio total con el tiempo de f puede representarse por un término colisional $(df/dt)_{col} = C(f)$. Aplicando la regla de la cadena para explicitar las derivadas parciales de f y considerando un sistema con sólo fuerzas electromagnéticas se obtiene la ecuación de evolución,

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla_r f + \frac{q}{m} (\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}) \cdot \nabla_v f = C(f) \quad (2.1)$$

Los efectos de posibles inhomogeneidades en la presión vienen representados por el gradiente espacial $\nabla_r f$, mientras que los efectos friccionales proceden del término colisional. La ecuación 2.1 debe escribirse para cada especie de partículas presente. Esta ecuación, junto con las ecuaciones de Maxwell (sistema de Maxwell-Boltzmann), provee una descripción completa del comportamiento del plasma para cada especie: Contiene información microscópica sobre las órbitas de cada partícula cargada y, a la vez, describe macroscópicamente el plasma. La contrapartida es una alta dificultad de cálculo.

En ausencia de convecciones intensas u oscilaciones a gran escala, el plasma en un tokamak se encuentra en un estado de cuasiequilibrio, en cuyo caso las superficies isobaras coinciden aproximadamente con las superficies magnéticas. Sin embargo, hay procesos que llevan a un lento reajuste de la columna de plasma y a su transición gradual desde un estado de equilibrio a otro. Tales son el calentamiento del plasma, los flujos de partículas y energía a través del campo magnético, los cambios en la magnitud de la corriente y su distribución sobre la sección transversal del plasma, la radiación, etc. Los modelos de transporte en tokamak se basan, comúnmente, en describir la evolución del plasma entre estados termodinámicos mediante las ecuaciones de fluido [Braginskii (1965)] obtenidas tomando momentos de la velocidad en el sistema de Maxwell-Boltzmann para cada especie. En efecto, promediando las funciones de distribución en el espacio de velocidades se obtienen variables termodinámicas macroscópicas (densidad, presión, flujo de calor, etc.) a cambio de las funciones $f(\mathbf{r}(t), \mathbf{v}(t))$ y de los operadores de colisión, lo que permite describir el plasma como un fluido, reduciendo notablemente la complejidad matemática del sistema. Al usar estas ecuaciones se supone implícitamente que el plasma local está tan próximo al equilibrio que las funciones de distribución de las distintas especies presentes son casi maxwellianas y puede asociarse una temperatura a cada componente del plasma. Los momentos pares de orden más bajo dan lugar a las ecuaciones de evolución de las densidades de masa y de energía (presión), que pueden considerarse respectivamente como expresiones de las correspondientes leyes de conservación. Los momentos impares originan las ecuaciones de evolución del momento lineal y del flujo de energía. La geometría toroidal de un tokamak está pensada para que el transporte de partículas y energía paralelo al campo magnético (aproximadamente en la dirección toroidal) sea órdenes de magnitud superior al transporte perpendicular. En particular, las pérdidas de partículas y calor que deterioran el confinamiento son las producidas a lo largo de la coordenada radial. Esta circunstancia permite reducir el sistema de ecuaciones de transporte a una dimensión, asemejando un sistema cilíndrico. Para ello

hay que integrar no sólo en el espacio de velocidades sino también en los ángulos toroidal y poloidal para cada tubo magnético etiquetado por la correspondiente coordenada radial. Para cada especie presente en el plasma se obtienen ecuaciones de su densidad y energía en la forma [Hinton y Hazeltine (1976); Hirshman y Sigmar (1981)]:

$$\begin{aligned} \frac{\partial n}{\partial t} + \frac{1}{V'} \frac{\partial}{\partial \rho} (V' \langle \mathbf{\Gamma} \cdot \nabla \rho \rangle) &= \langle S_p \rangle \\ \frac{3}{2} \frac{\partial (nT)}{\partial t} + \frac{1}{V'} \frac{\partial}{\partial \rho} \left[V' \left\langle \left(\mathbf{Q} + \frac{3}{2} T \mathbf{\Gamma} \right) \cdot \nabla \rho \right\rangle \right] & \\ + nT \frac{\partial}{\partial \rho} (\langle \mathbf{u} \cdot \nabla \rho \rangle) + \langle (\nabla u) : \mathbf{\Pi} \rangle &= \langle S_E \rangle \end{aligned} \quad (2.2)$$

donde n y T son la densidad y la temperatura promediadas en la superficie de flujo etiquetada por la coordenada radial ρ , \mathbf{u} es la velocidad del fluido, $V(\rho)$ es el volumen de plasma interior a la superficie ρ , $V' \equiv \partial V / \partial \rho$, S_p y S_E representan las fuentes de partículas y energía, y $\langle \rangle$ designa el promedio en la superficie ρ . Los flujos netos radiales de partículas y calor a través de las superficies ρ se representan por $\mathbf{\Gamma} \equiv n\mathbf{u} = \langle \mathbf{\Gamma} \cdot \nabla \rho \rangle$ y $\mathbf{Q} \equiv \langle \mathbf{Q} \cdot \nabla \rho \rangle$, y $\mathbf{\Pi}$ es el tensor de presión anisótropa. Combinando las leyes de Faraday y Ampère puede obtenerse una ecuación para la evolución del flujo magnético poloidal ψ , a partir de la cual se evalúan la densidad de corriente toroidal, el factor de seguridad y el campo magnético poloidal:

$$\frac{\partial \psi}{\partial t} - \frac{\eta_{\parallel} \rho}{\mu_0 (V')^2 \langle R^{-2} \rangle^2} \frac{\partial}{\partial \rho} \left(\frac{(V')^2 \langle R^{-2} \rangle^2}{\rho} \left\langle \frac{|\nabla \rho|^2}{R^2} \right\rangle \frac{\partial \psi}{\partial \rho} \right) = \langle S_{\psi} \rangle \quad (2.3)$$

donde η_{\parallel} es la resistividad eléctrica paralela al campo magnético, R es el radio medido desde el eje mayor del toroide y S_{ψ} representa a las fuentes no inductivas de flujo poloidal. La Ec. 2.3 es esencialmente la ecuación del medio $j_{\parallel} = \sigma E_{\parallel}$, donde j_{\parallel} es la densidad de corriente paralela al campo magnético, E_{\parallel} es el campo eléctrico paralelo y la conductividad eléctrica es $\sigma = \eta_{\parallel}^{-1}$. Se obtiene integrando la componente toroidal de la ley de Faraday sobre la región encerrada por una superficie de ψ constante [Hinton y Hazeltine (1976)]. La dificultad en definir las ecuaciones 2.2 y 2.3 reside en encontrar las expresiones adecuadas para las fuentes y los flujos [Houlberg et al. (1990)]. Sin embargo, la formulación de las fuentes se obtiene de procesos físicos clásicos que, si bien pueden resultar complejos, en muchos casos se conocen adecuadamente. No es así con los flujos, para los que, debido a la incidencia del transporte turbulento y a la posibilidad de procesos de transporte no difusivos, aún se está desarrollando la física.

Independientemente de factores geométricos, una ecuación general de transporte en el plasma adopta la forma $\partial g / \partial t + \nabla \cdot \mathbf{\Gamma} = S$, donde g es la variable de estado, $\mathbf{\Gamma}$ es el flujo asociado y S involucra tanto las fuentes externas (e.g.,

calentamiento óhmico, suministro de partículas, etc.) como el intercambio entre las distintas especies (e.g., fuentes y sumideros debidos a la ionización, recombinación, intercambio de carga, etc.). Los sistemas de ecuaciones de transporte se cierran dando la relación entre cada variable de estado y el flujo correspondiente, o sea, entre g y $\mathbf{\Gamma}$.

Como se ha comentado, una notable dificultad teórica para construir un modelo de transporte en tokamak es encontrar dichas relaciones. Para aclarar el problema se va a escindir la discusión en dos partes: El transporte colisional (sección 2.2); y el transporte turbulento (sección 2.3). El primero es inevitable y da el mínimo transporte alcanzable en el tokamak. Los cálculos correspondientes demuestran que este nivel de transporte no supone una limitación seria a las propiedades confinadoras del tokamak. Por otro lado, el plasma próximo a las condiciones de fusión nuclear suele encontrarse en estado turbulento. El transporte asociado a la turbulencia puede ser órdenes de magnitud superior al transporte colisional y se superpone a éste. Existen, además, indicios suficientes para sospechar de la incidencia en el transporte de otros procesos no difusivos relacionados con la proximidad del plasma a un estado de estabilidad marginal [véanse, p.ej., Diamond y Hahn (1995); Newman et al. (1996)]. Este área de estudio se sale del objetivo del trabajo y no se hará uso de ella, si bien puede tener la suficiente importancia en la teoría del transporte como para que deba ser citada.

2.2. Transporte colisional

En procesos difusivos o de conducción de calor el transporte es una consecuencia del principio termodinámico de máxima entropía. Por ejemplo, un flujo difusivo de partículas expresa la tendencia de las mismas a homogeneizar su distribución, o densidad, en el espacio. El flujo debe ser, consecuentemente, una función del gradiente de la densidad. Considerando que la difusión de las partículas es el fruto de colisiones microscópicas, que los desplazamientos colisionales Δr de cada trayectoria pueden tratarse como sucesos independientes y que la dispersión de Δr es proporcional al tiempo medio entre colisiones, τ , puede llegarse a la ecuación de difusión típica $\partial n / \partial t = -\nabla \cdot \mathbf{\Gamma}$, donde el flujo es $\mathbf{\Gamma} = D \nabla n$ (ley de Fick) con el coeficiente de transporte $D \propto \langle (\Delta r)^2 \rangle / \tau$. Esta expresión para D es de uso general para estimar dimensionalmente coeficientes de transporte en un ámbito de camino aleatorio:

$$\text{difusión} \sim (\text{camino libre medio})^2 / (\text{tiempo de interacción}) \quad (2.4)$$

Según el principio de Onsager, para los sistemas levemente separados del equilibrio existe una relación lineal entre los flujos (de partículas, energía, carga eléctrica. . .) y las fuerzas termodinámicas (gradientes de la densidad, la temperatura, el potencial eléctrico. . .) que los generan. Así, para la densidad de partículas, n , la energía electrónica, T_e , la energía iónica, T_i , y el momento angular, Ω , se tiene que los flujos correspondientes vienen dados por

$$\begin{bmatrix} \mathbf{\Gamma} \\ \mathbf{q}_e \\ \mathbf{q}_i \\ \mathbf{M} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} D & A_{12} & A_{13} & A_{14} \\ A_{21} & \chi_e & A_{23} & A_{24} \\ A_{31} & A_{32} & \chi_i & A_{34} \\ A_{41} & A_{42} & A_{43} & \chi_L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \nabla n \\ \nabla T_e \\ \nabla T_i \\ \nabla \Omega \end{bmatrix} \quad (2.5)$$

Si el sistema se desvía poco del equilibrio son válidas ciertas relaciones (que provienen de asegurar una producción de entropía definida positiva) con las que sólo son independientes los elementos diagonales y la mitad de los no diagonales de la relación 2.5. Esta matriz se denomina *matriz de los coeficientes de transporte*. Los elementos diagonales son, de arriba a abajo, la difusividad de las partículas, las conductividades térmicas de electrones e iones, y la difusividad del momento angular. En un sistema libre de convecciones sólo los elementos diagonales son importantes y la Ec. 2.5 se reduce a cuatro expresiones típicas para los flujos (e.g., $\mathbf{\Gamma} = D\nabla n$). En general, la matriz 2.5 debe considerarse en su totalidad. La contribución combinada de los gradientes de densidad y temperatura a la densidad de corriente da lugar al término de la corriente de autocebado¹, potencialmente importante para operar un tokamak en modo continuo (ver, p.ej. [Ono et al. (1997)]).

Los flujos pueden calcularse en función de un parámetro de orden $\delta = \rho/l$, donde ρ es el radio de Larmor y l es una longitud característica del sistema, por ejemplo $l \cong |\nabla \ln P|^{-1}$, siendo P la presión [Hinton y Hazeltine (1976)]. De este modo se obtienen sucesivas aproximaciones al cálculo de los coeficientes de transporte colisional. Como se ha comentado, la pérdida de partículas se debe a los flujos perpendiculares a \mathbf{B} . En el transporte clásico se considera que la única contribución a estos flujos proviene de una fuerza de fricción, obtenible promediando el operador de colisiones coulombianas $C(f)$ (ver Ec. 2.1) en el espacio de velocidades,

$$F = \int dvmvC(f)$$

Equivalentemente, este nivel mínimo de transporte proviene de considerar, como único movimiento perpendicular a \mathbf{B} , la componente \mathbf{v}_{gir} de la Ec. 1.5. El coeficiente de difusión correspondiente resulta

$$D_c = \nu_{ei}\rho_e^2, \quad (2.6)$$

donde ν_{ei} es la frecuencia de colisiones coulombianas ordinarias para intercambio de momento entre electrones e iones, y ρ_e es el radio de Larmor electrónico. El subíndice en D_c alude a transporte “clásico”, nombre dado a los primeros cálculos del transporte en un tokamak en base a la física clásica [Rosenbluth y Kaufman (1958)]. La expresión 2.6 puede entenderse según la fórmula para estimar el transporte, Ec. 2.4. Puesto que $\rho_e \sim B^{-1}$, el coeficiente de difusión 2.6 da una ley de escala del transporte $D \sim B^{-2}$.

¹Conocida como “bootstrap current” en la literatura inglesa.

El transporte clásico podría bastar en un sistema de campo homogéneo. Sin embargo, el campo magnético de un dispositivo de confinamiento como el tokamak es inevitablemente no uniforme, $\nabla B \neq 0$. En tal caso deben tenerse en cuenta otras derivas perpendiculares (\mathbf{v}_d en la Ec. 1.5) y el transporte resultante incluye nuevos términos. El transporte entonces se denomina *neoclásico*. Los coeficientes de difusión y las conductividades térmicas asociadas resultan notablemente mayores que para el caso clásico. Una idea del porqué proviene de considerar la modificación de las órbitas de las partículas en presencia de un campo magnético no uniforme. En un sistema axisimétrico, como el tokamak, el momento magnético es una magnitud conservada en primer orden en el parámetro de orden δ . Los centros guía de las partículas con energía inferior a un umbral son reflejados al alcanzar las regiones de alto campo magnético, dando lugar a órbitas cuya anchura excede notablemente el radio de Larmor iónico: En vez de circular alrededor del eje magnético, los centros guía de las partículas atrapadas retornan en la región de campo magnético elevado (parte interior del toroide) describiendo un movimiento cuya proyección al plano poloidal se esquematiza en la Fig. 2.1 (órbitas banana). En consecuencia, las excursiones de estas *partículas atrapadas* con respecto a las superficies de flujo magnético constante dan lugar, según la Ec. 2.4, a un transporte colisional mucho mayor que el transporte clásico, relacionado con la anchura de la órbita banana y con la fracción de partículas atrapadas. El transporte neoclásico depende fuertemente del régimen de colisionalidad (a temperaturas suficientemente elevadas las frecuencias de colisión, al contrario que en un fluido neutro, disminuyen considerablemente). La Fig. 2.2 esquematiza las tres regiones de variación del transporte neoclásico con la temperatura.

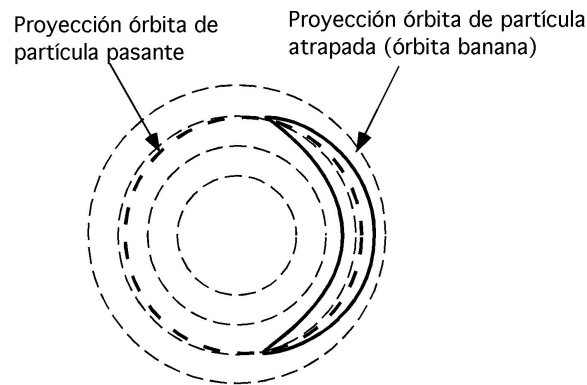


Figura 2.1: Proyecciones al plano poloidal del movimiento del centro guía de una partícula atrapada (órbita banana) y de una partícula pasante. Las líneas finas discontinuas esquematizan superficies de flujo magnético constante.

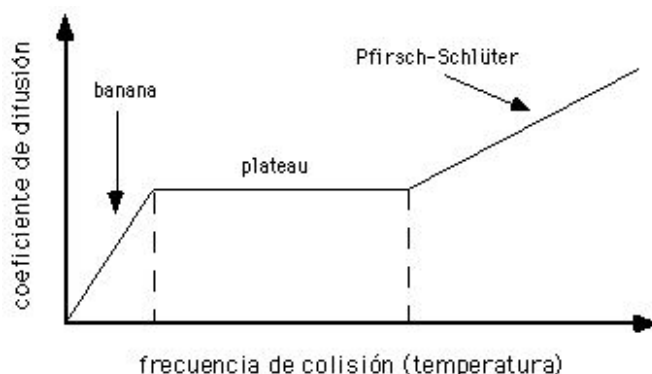


Figura 2.2: Esquema de variación del transporte neoclásico con la frecuencia de colisión, la cual es, a su vez, función decreciente de la temperatura.

2.3. Transporte anómalo

2.3.1. Flujos por fluctuaciones

En la práctica los tokamak sufren pérdidas de partículas y energía en torno a dos órdenes de magnitud mayores que las predichas por la teoría neoclásica. Este hecho ha sido conocido desde las primeras etapas en el desarrollo de los sistemas toroidales de confinamiento magnético, dándose en llamar *anómalo* al transporte no explicable según los modelos colisionales. Generalmente se atribuye el transporte anómalo a la turbulencia microscópica del plasma [Wooton et al. (1990)]. Por microturbulencia se entiende, normalmente, la turbulencia generada por inestabilidades en el espacio de velocidades, aunque a veces se usa en sentido más amplio. La energía libre disponible por la presencia de gradientes se libera a través de inestabilidades en el plasma. Debido a procesos no lineales, estas inestabilidades pueden inducir turbulencia, en la que se dan estructuras (remolinos o celdas convectivas) cuyo tamaño y frecuencias características causan, según la estimación Ec. 2.4, grandes coeficientes de transporte.

Una posible clasificación de las inestabilidades en el plasma puede darse de acuerdo con sus propiedades lineales, o sea, con las frecuencias y longitudes de onda asociadas a sus modos en una descomposición de Fourier. Las inestabilidades magneto-hidrodinámicas macroscópicas se encuentran aplicando un principio variacional de la energía a las ecuaciones de fluido y corresponden a longitudes de onda del orden del tamaño del sistema, $k_{\theta}a \approx 1$ (a es el radio menor del toroide y k_{θ} es el número de ondas poloidal) con tiempos de crecimiento característicos muy pequeños. Estas inestabilidades provienen de la energía de expansión del plasma o de la energía del campo magnético y provocan cambios macroscópicos en la configuración. Se describen a través de modos globales que pueden acabar

con el confinamiento o dar lugar a un transporte no difusivo [Greene et al.(1971); Freidberg (1982)]. Las inestabilidades microscópicas, en cambio, se describen a través de modos localizados con números de onda poloidal $k_\theta a \gg 1$ y dan lugar a un transporte difusivo [Liewer (1985)]. En los procesos que dan lugar a estas inestabilidades hay que considerar posibles interacciones de las ondas del plasma con las partículas u otras ondas. Esta sección se dedica a las inestabilidades microscópicas de baja frecuencia, $\omega \ll \omega_{ci}$, donde ω_{ci} es la frecuencia de ciclotrón iónica, porque se suelen considerar dominantes en un tokamak e inciden directamente en el cálculo del transporte anómalo [Tang (1978)]. Dentro de ellas cabe una segunda clasificación dependiendo de qué perturbaciones se introducen en el cálculo. Así, cuando sólo se admiten perturbaciones en el campo eléctrico se obtienen las llamadas inestabilidades electrostáticas por *ondas de deriva*, que pueden clasificarse a su vez en sus ramas electrónica (con velocidad de fase paralela intermedia entre las velocidades térmicas de iones y electrones, $v_{ti} \ll \omega/k_{\parallel} \ll v_{te}$) e iónica ($\omega/k_{\parallel} \sim v_{ti} \ll v_{te}$). Las inestabilidades electrostáticas están asociadas con acumulaciones crecientes de carga neta. Al incluir perturbaciones del campo magnético se obtienen las inestabilidades electromagnéticas por *ondas de deriva Alfvénica*, y están asociadas con acumulaciones crecientes de corriente.

Cualquier alejamiento del equilibrio termodinámico es capaz de proveer energía libre para alimentar las inestabilidades microscópicas. Así, son fuentes de energía libre los gradientes de las variables termodinámicas y las distribuciones no maxwellianas o anisótropas de la velocidad. En este último caso es necesario acudir a un tratamiento cinético, basado en la ecuación de Boltzmann, para calcular la relación de dispersión del campo eléctrico perturbado. De allí se obtienen las frecuencias y longitudes de onda posibles. En la teoría lineal, las ondas inestables pueden asociarse siempre a modos de una descomposición de Fourier, lo que posibilita el asociar frecuencias y tasas de crecimiento a las inestabilidades. La confluencia de modos inestables y de procesos no lineales capaces de redistribuir la energía en múltiples escalas espaciales y temporales da lugar a la turbulencia.

La turbulencia en el plasma se manifiesta por las fluctuaciones en las posiciones y velocidades de los elementos de plasma, considerado ahora como un fluido. Para calcular estas fluctuaciones suele partirse de las perturbaciones del campo eléctrico y del campo magnético. Considerando fluctuaciones de baja frecuencia ($\omega \ll \omega_{ci}$) en un tokamak, las fluctuaciones de la velocidad radial de una partícula pueden escribirse como (componente poloidal de la ley de Ohm),

$$\tilde{v}_r \cong \frac{\tilde{E}_\theta}{B} + \frac{v_{\parallel} \tilde{B}_r}{B} \quad (2.7)$$

donde la tilde denota una magnitud fluctuante y v_{\parallel} es la velocidad de la partícula a lo largo del campo magnético sin perturbar. En la Ec. 2.7 se toma el campo total, B , en vez del campo toroidal, B_ξ , ya que, en un tokamak, $B_\theta \ll B_\xi \cong B$. Las fluctuaciones en la velocidad radial pueden dar lugar a un transporte de masa y energía. Sin embargo, para determinar el transporte, además del nivel de fluctuaciones hace falta considerar las correlaciones entre las magnitudes fluctuantes.

Por ejemplo, el flujo radial de partículas debido a v_r es, por definición, $\Gamma = nv_r$. Describiendo cada cantidad en el plasma turbulento como una parte promedio más una parte fluctuante cuya media de conjunto (promedio espacial y temporal, denotado por $\langle \rangle$) es nula, se tiene

$$\langle \Gamma \rangle = \langle (\langle n \rangle + \tilde{n}) (\langle v_r \rangle + \tilde{v}_r) \rangle = \langle n \rangle \langle v_r \rangle + \langle \tilde{n} \tilde{v}_r \rangle \quad (2.8)$$

Si \tilde{n} y \tilde{v}_r están descorrelacionadas, el promedio de su producto es nulo. El transporte turbulento (debido a las fluctuaciones) es, pues, mayor a mayor correlación entre las magnitudes fluctuantes. Usando 2.7 en 2.8 se obtiene el transporte turbulento de las partículas, Γ^t , con las correlaciones explícitas:

$$\Gamma^t = \langle \tilde{n} \tilde{v}_r \rangle = \frac{\langle \tilde{n} \tilde{E}_\theta \rangle}{B} - \frac{\langle \tilde{j}_\parallel \tilde{B}_r \rangle}{eB}$$

donde \tilde{j}_\parallel son las fluctuaciones en la corriente electrónica paralela al campo magnético. El transporte de energía también puede escindirse teóricamente en una parte debida a las fluctuaciones del campo magnético y otra debida a las del campo eléctrico (ver, p.ej., [Mannheimer y Cook (1979)]).

En la periferia del plasma de los experimentos actuales con tokamak grandes, los flujos iónicos por fluctuaciones magnéticas suelen considerarse despreciables con respecto a los flujos electrostáticos [Wooton *et al.* (1990)]. En la región de confinamiento, o región interior del plasma, un candidato a dominar el transporte turbulento son las ondas de deriva, también de procedencia electrostática, que siempre están presentes en un tokamak porque las originan los gradientes de presión. En determinadas condiciones pueden resultar inestables y excitar modos interactuantes que se saturan conformando el estado turbulento. Las ondas de deriva se propagan en la dirección perpendicular al campo magnético y al gradiente de la presión. El apantallamiento de Debye, característico del estado de plasma, liga las fluctuaciones del potencial electrostático con las fluctuaciones de la densidad a través de la relación de Boltzmann, $e\phi_k/T_e \sim n_k/\langle n \rangle$, donde k es el número de ondas asociado a la componente n_k de \tilde{n} . Sin embargo, si el apantallamiento de Debye es prevenido de alguna manera, la propagación del potencial se retarda δ_k con respecto a la propagación de la perturbación en la densidad. La deriva ExB resultante puede entonces aumentar la perturbación en la densidad, puesto que la deriva desde el lado de alta (baja) densidad se da en la cresta (valle) de la perturbación. El factor de crecimiento γ_k , correspondientemente, es proporcional al desfase entre n_k y ϕ_k y la relación de Boltzmann pasa a incluir una pequeña componente no adiabática

$$n_k = \langle n \rangle \frac{e\phi_k}{T_e} (1 - i\delta_k)$$

La parte electrostática de la Ec. 2.7 da entonces lugar a un flujo radial

$$\Gamma^t = \langle n \rangle \frac{T_e}{eB} \sum_k k_\theta \delta_k \left| \frac{n_k}{\langle n \rangle} \right|^2 \quad (2.9)$$

debido a las perturbaciones n_k . La causa del desfase entre el potencial y la densidad para los iones o los electrones puede ser la disipación (p.ej. difusión, conducción térmica, resonancia de partículas), que puede relacionarse con modificaciones de las funciones de distribución de electrones e iones y requiere, como se ha comentado, un tratamiento cinético. Puesto que el plasma es cuasineutro, el flujo total de electrones debe ser igual al flujo total de iones. Por lo tanto, cualquier desequilibrio entre los flujos causado por los mecanismos de disipación debe ser compensado por el crecimiento o amortiguamiento de las ondas y el consecuente flujo anómalo.

En la física del transporte turbulento en tokamak es típico adoptar la forma de las ecuaciones neoclásicas (Ec. 2.5) aunque los coeficientes de transporte se calculen a partir de los modelos de turbulencia o se obtengan empíricamente. Así, los coeficientes de transporte pueden resultar funciones, a veces no lineales, de los gradientes del sistema. Siguiendo, no obstante, este formalismo, el coeficiente de difusión turbulenta correspondiente a la Ec. 2.9 es

$$D \sim L_n^2 \sum \gamma_k \left| \frac{n_k}{\langle n \rangle} \right|^2 \quad (2.10)$$

donde $L_n = \langle n \rangle / (\partial \langle n \rangle / \partial r)$. La expresión 2.10 permite estimar el transporte turbulento dado un nivel de fluctuaciones en la densidad. En general, la tasa de crecimiento γ de la amplitud de estas microinestabilidades puede venir de procesos lineales o no, o incluso de efectos de contorno propagándose desde el borde del plasma. Sin embargo la turbulencia se da en estado estacionario, es decir, la amplitud de las fluctuaciones en cada longitud de onda del espectro de potencias es aproximadamente estacionaria. Un espectro estacionario resulta de la competición entre varias fuerzas (lineales y no lineales) de amortiguamiento y de forzado, así como de la transferencia de energía entre distintas longitudes de onda a través del acoplo de modos. El crecimiento de la inestabilidad viene del acoplo entre las ondas y algún proceso disipativo que las alimente, u otras ondas. Para la turbulencia por ondas de deriva se tiene que, en estado estacionario, la perturbación del gradiente de la densidad es del orden del propio gradiente sin perturbar [Dupree (1967)], $k_\theta \tilde{n} \sim \langle n \rangle / L_n$. En combinación con la Ec. 2.10 se obtiene un coeficiente de difusión

$$D \sim \frac{\bar{\gamma}}{\bar{k}_\theta^2} \quad (2.11)$$

donde la barra denota promedio espectral. Una interpretación de este resultado es que existe un amortiguamiento de las ondas dado por $\bar{k}_\theta^2 D$, para algún coeficiente de difusión efectivo, tal que la amplitud de las ondas inestables se satura cuando el amortiguamiento y el crecimiento son comparables. La expresión 2.11 puede

ser interpretada también a la luz de la Ec. 2.4, en cuyo caso la anchura de las inestabilidades juega el papel de camino aleatorio, y γ^{-1} viene a ser el tiempo de interacción.

En general, la saturación se da cuando la transferencia de energía desde los modos inestables a los modos amortiguados compensa a la transferencia de energía libre del sistema termodinámico hacia los modos inestables. Alternativamente, la teoría cuasilineal propone que el crecimiento de las inestabilidades elimina la perturbación a la función de distribución de las partículas, cesando así el forzado de la inestabilidad. Físicamente no puede existir un estado de saturación si el forzado ha desaparecido; sin embargo, la teoría cuasilineal permite calcular los niveles de saturación necesarios para estimar los coeficientes de transporte turbulento (Ec. 2.10).

La obtención consistente de los coeficientes de transporte debidos a la turbulencia es, en fin, un problema no lineal complicado por la geometría del sistema. La disparidad de escalas espaciales y temporales involucradas en el cálculo de los niveles de saturación de la turbulencia convierte el problema en muy complejo incluso desde el punto de vista numérico. El proceso adecuado requiere obtener una solución en estado estacionario de las ecuaciones de evolución del sistema incluyendo las fuentes de desestabilización, los mecanismos de disipación y la transferencia entre unas y otros regulada por la advección turbulenta ExB. La experiencia con las distintas teorías no lineales es que suele recuperarse una dependencia semejante a la Ec. 2.11, pero con un factor lentamente variable. Éste proviene de tener en cuenta la suma de todas las escalas de la turbulencia en que la Ec. 2.10 es aplicable, ponderada por cuán fuertemente se excita cada escala. El transporte, en conclusión, depende de la escala espacial de la turbulencia (típicamente del orden del radio de Larmor iónico $\sim 10^{-2}$ m). En consecuencia se esperaría una dependencia de escala llamada de tipo *giro-Bohm*, con la cual los tiempos de confinamiento de partículas y energía dependen asimismo del tamaño de las estructuras turbulentas. El hecho es que, a pesar de que las medidas experimentales están de acuerdo con las longitudes de escala para la turbulencia predichas por las teorías mencionadas, el transporte aumenta también con el tamaño del sistema (dependencia de escala tipo *Bohm*). Éste es uno de los asuntos pendientes de la teoría del transporte. Las teorías que explican esta aparente contradicción no excluyen los resultados del transporte turbulento según se han resumido aquí sino que, más bien, aportan nuevos ingredientes con que explicar la dependencia tipo Bohm de una manera compatible [Diamond y Hahm (1995); Romanelli (1996)].

2.3.2. Transporte en el centro del plasma.

La mera existencia de un proceso de transición de bajo a alto confinamiento presupone un régimen dominado por el transporte anómalo (modo L). El interés aquí se centra en el transporte anómalo iónico porque los experimentos, hasta la fecha, sugieren que las inestabilidades forzadas por el gradiente de la temperatura iónica son el factor principal en las pérdidas de energía y partículas por trans-

porte de las descargas en modo L. En particular, los resultados experimentales [Greenwald et al. (1984); Brower et al. (1987); Söldner et al. (1988); Fonk et al. (1989)] señalan al modo de deriva por gradiente de la temperatura iónica como principal responsable de la degradación del confinamiento de la energía. Aquí se utilizará el modelo de [Biglari *et al.* (1989)] para el transporte anómalo producido por la turbulencia inducida por el gradiente de temperatura iónica en la región de confinamiento. Este modelo, que se supone válido para todas las longitudes de onda del espectro turbulento de las inestabilidades de deriva por presión iónica en geometría toroidal, será el usado en los modelos de transporte de los capítulos 4 y 5. Su relación de dispersión se obtiene considerando las perturbaciones en primer orden de una función de distribución iónica maxwelliana, lo que incluye los efectos del radio de Larmor finito, la deriva ExB, la deriva por inhomogeneidad del campo magnético y la respuesta no adiabática de los iones circulantes. De la relación de dispersión analítica se obtiene los modos que resultan inestables. El modo cuyo crecimiento lineal es mayor presenta una tasa

$$\gamma \approx \left(\omega_{*e} \omega_{de} \frac{1 + \eta_i}{\tau} \right)^{1/2} \quad (2.12)$$

Aquí, $\omega_{*e} = -k_\theta T_e / eBL_n$ es la frecuencia diamagnética electrónica, donde k_θ es el número de ondas poloidal (promedio) de la inestabilidad, $L_n^{-1} = d(\ln n_e)/dr$ es la inversa de la longitud característica del sistema dada a través del gradiente de la densidad, $\tau = T_e/T_i$, $\omega_{de} = -k_\theta \rho v_{te}/R$ y $\eta_i = d \ln T_i / d \ln n_i$.

Las dependencias del transporte turbulento que resultan de este modelo se pueden estimar usando la Ec. 2.11 en base a una anchura de la autofunción lineal que tomamos como longitud de mezclado Δ , apropiada

$$\Delta \sim \rho_s \left(\frac{q^2 \omega_{*e} (1 + \eta_i)}{\hat{s}^2 \omega_{de} \tau} \right)^{1/4} \quad (2.13)$$

obtenible escribiendo los balances dominantes de la vorticidad, el momento paralelo y la presión en estado estacionario. Por simplicidad adoptaremos sólo la rama toroidal del modelo, sin incluir el efecto de iones atrapados, para la cual se tienen las dependencias correspondientes al nivel de fluctuaciones $\varepsilon = \langle |\tilde{n}/n|^2 \rangle^{1/2}$, la conductividad térmica iónica, χ_i , y la electrónica, χ_e (coincidente con la difusividad de las partículas D_n)

$$\varepsilon^2 \sim \frac{q}{\hat{s}} \left(\frac{1 + \eta_i}{\tau} \right)^{3/2} \left(\frac{\omega_{de}}{\omega_{*e}} \right)^{1/2} \left(\frac{\rho_s}{L_n} \right)^2 \quad (2.14)$$

$$\chi_i \sim \omega_{*e} \rho_s^2 \frac{q}{\hat{s}} \frac{1 + \eta_i}{\tau} \quad (2.15)$$

$$D_n \sim \chi_e \sim \omega_{*e} \rho_s^2 \left(\frac{a}{R} \right)^{3/2} \frac{(\omega_{*e} \omega_{de})^{1/2}}{\nu_e} \left(\frac{1 + \eta_i}{\tau} \right)^{3/2} \quad (2.16)$$

donde $\rho_s = c_s / \Omega_{ci} = \sqrt{2T_e/m_i} / (eB/m_i)$ es el radio sónico de Larmor, q es el factor de seguridad (Ec. 1.8), $\hat{s} = (r/q)(dq/dr)$ es la cizalla magnética y ν_e es la frecuencia de colisión electrónica. Obsérvese que las expresiones 2.14-2.16 se comportan bien para perfiles planos de la densidad ($L_n \rightarrow \infty$), los cuales pueden darse en la región central del plasma, debido a que la frecuencia diamagnética electrónica y η_i aparecen siempre con el mismo grado.

2.3.3. Transporte en la periferia del plasma.

El modelo η_i anterior² no está ideado para describir el transporte turbulento en los límites del plasma sino en la zona de confinamiento. Sin embargo, la turbulencia en la periferia del plasma es sumamente importante para determinar el confinamiento global de los plasmas en tokamak [Wooton *et al.* (1990)]. En particular, la asimetría poloidal observada en los flujos anómalos de partículas y calor sugieren que la causa de las fluctuaciones en la periferia puede estar relacionada con la curvatura toroidal. El modo de inestabilidades resistivas de hinchamiento³ se desestabiliza en la parte exterior del toroide, donde la curvatura del campo magnético es desfavorable, lo que le convierte automáticamente en un buen candidato a explicar los resultados experimentales. Además, las propiedades del confinamiento en plasmas de TFTR parecen describirse adecuadamente combinando un modelo de turbulencia por gradiente de la temperatura iónica (como las Ecs. 2.15 y 2.16) para el núcleo del plasma, con un modelo de transporte anómalo inducido por inestabilidades resistivas de intercambio, del tipo estudiado por [Carreras y Diamond (1989)], para la periferia del plasma [Bateman (1992)]. Aquí utilizaremos el modelo de [Guzdar et al. (1993)] porque ofrece una expresión sencilla que da dependencias con la densidad y la corriente del plasma en buen acuerdo con las descargas de TFTR en las que la potencia inyectada es mucho mayor que la potencia óhmica [Kinsey et al. (1996)]. Según dicho modelo, el coeficiente de difusión asociado al transporte anómalo de partículas forzado por los modos inestables muestra una dependencia

$$D^{RB} \sim q_a^2 \rho_e^2 \nu_{ei} R L_p^{-1} \quad (2.17)$$

donde q_a es el valor de q en la superficie del plasma, ν_{ei} es la frecuencia de colisión electrón-ión típica y $L_p^{-1} = d(\ln nT_i)/dr$. La dependencia Ec. 2.17 indica que esta contribución al transporte va a ser grande en la periferia del plasma, donde las longitudes macroscópicas de escala características de la densidad son pequeñas.

²Es frecuente en la literatura aludir a los modelos por gradiente de la temperatura iónica como modelos η_i .

³“Resistive ballooning instabilities” en la literatura inglesa.

2.3.4. Efecto de la cizalla magnética en la turbulencia

Los estudios teóricos demuestran que las oscilaciones causadas por las ondas de deriva y las consecuentes pérdidas de plasma pueden reducirse notablemente si la configuración magnética presenta una cizalla magnética sustancial [Krall y Rosenbluth (1965)]. Este efecto ya hace tiempo que pudo ser identificado experimentalmente en estelarátors [ver, p.ej. Vojtsenya *et al.* (1977)]. En tokamak, donde los modos por gradiente de la temperatura iónica se consideran una parte determinante de las propiedades del confinamiento térmico, numerosos autores se han centrado en el efecto de la cizalla magnética en ese tipo de inestabilidades. En el trabajo de [Hamaguchi y Horton (1990)] se parte del sistema de ecuaciones de Braginskii reducido para estudiar analítica y numéricamente las dependencias principales del modelo por gradiente de la temperatura iónica. En particular, la dependencia con la cizalla magnética expresada a través del parámetro $s = L_n/L_s$, donde L_n y $L_s = [(r/R)(1/q^2)(\partial q/\partial r)]^{-1}$ son respectivamente las longitudes de escala del gradiente de densidad y de la cizalla magnética, se obtiene a partir de un ajuste estadístico a los resultados numéricos para dar una conductividad térmica

$$\chi_i \sim \exp(-as) \quad (2.18)$$

donde el parámetro de ajuste $a \sim 5$. Esta expresión es válida para valores de η_i próximos al valor crítico para la desestabilización de los modos por gradiente de la temperatura iónica e indica que el transporte asociado disminuye con la cizalla magnética.

Por otro lado, se ha encontrado experimentalmente que las configuraciones con cizalla magnética negativa, $\hat{s} < 0$, aumentan considerablemente las prestaciones del tokamak, dando lugar a perfiles de la densidad electrónica con fuertes gradientes en la región en que cambia el signo de \hat{s} [Kessel *et al.* (1994)]. En los tokamak estas configuraciones magnéticas son de naturaleza transitoria y van asociadas a un perfil hueco de la corriente, o sea, a una densidad de corriente que presenta un mínimo local en la región central del plasma (ver Fig. 2.3). El perfil de q asociado decrece hasta alcanzar un mínimo donde la corriente presenta un máximo local, aumentando desde ahí hacia afuera. La dimensión radial del plasma puede entonces separarse en dos regiones, una interior con cizalla magnética negativa y otra exterior con cizalla positiva, cuya frontera común es la *posición de inversión de cizalla*. Estas configuraciones presentan, entre otros efectos beneficiosos, la peculiaridad de contribuir a la estabilización cinética de los modos toroidales de deriva. En particular, los cálculos analíticos y numéricos de [Kim y Wakatani (1995)] demuestran que las tasas de crecimiento de los modos toroidales de deriva por gradiente de la temperatura iónica, como los correspondientes al modelo η_i comentado en la sección 2.3.2, disminuyen con \hat{s} para valores por debajo del que da la máxima tasa de crecimiento. Dicha reducción se produce de una manera bastante uniforme en todas las longitudes de onda y es más notable para valores bajos del factor de seguridad ($q \sim 1$).

En resumen, los valores altos o negativos de \hat{s} reducen la tasa de crecimiento lineal de los modos η_i . Esta tendencia se sintetiza cualitativamente bien con una función del tipo de la Ec. 2.18, que será la adoptada en este trabajo. Pese a que no se contempló la posibilidad de valores negativos de la cizalla magnética para su obtención, la simetría de las ecuaciones es compatible con ellos [Hamaguchi (1999)].

2.4. Modos de confinamiento

2.4.1. Modo de bajo confinamiento (modo L)

Las propiedades empíricas del confinamiento se expresan normalmente a través de leyes de escala. Así, el tiempo de confinamiento de la energía se expresa a modo de leyes de escala en términos de los parámetros controlables experimentalmente, por ejemplo $\tau_E \propto B^{\alpha_1} \bar{n}^{\alpha_2} R_0^{\alpha_3} a^{\alpha_4} I_p^{\alpha_5} P_{tot}^{\alpha_6} \dots$, donde B es la intensidad del campo magnético externo, \bar{n} es la densidad promedio del plasma, R_0 es el radio mayor del toroide, a el radio menor, I_p la intensidad del plasma, P_{tot} la potencia externa de calentamiento, etc. En los primeros experimentos de confinamiento magnético el calentamiento óhmico era la única fuente de calentamiento disponible. La dependencia encontrada para estos experimentos, o dependencia *Alcator*, es $\tau_E \propto \bar{n} a R_0^2$ [Pfeiffer y Waltz (1979)], obtenida al cabo de varias modificaciones a la dependencia original encontrada por [Cohn et al. (1976)]. Según esta dependencia, parecía claro que el objetivo era construir máquinas más grandes. Sin embargo, pronto se observó que por este método no era posible alcanzar temperaturas de fusión. En los años setenta se desarrollaron métodos de calentamiento auxiliar, notablemente la inyección de haces de átomos neutros (NBI), con los que las temperaturas de fusión pronto resultaron alcanzables. La contrapartida en este caso fue el descubrimiento de que los experimentos con calentamiento externo muy por encima del calentamiento óhmico mostraban una dependencia mucho peor que Alcator. En particular, las descargas calentadas por NBI muestran una dependencia con la potencia inyectada $\tau_E \propto P_{NBI}^{-\alpha}$; $1/3 < \alpha < 2/3$ [Neilson et al. (1983); Goldston (1984); Kaye (1985)]. La ley de dependencias aceptada actualmente como representativa de los experimentos con alto calentamiento auxiliar es la llamada ITER89-P [Yushmanov et al. (1990)],

$$\tau_E = 0,048 M^{0,5} I_p^{0,85} R_0^{1,2} a^{0,3} \kappa^{0,5} \bar{n}^{-0,1} B^{0,2} P_{tot}^{-0,5} \quad (2.19)$$

y se considera característica del comúnmente llamado modo L de operación. En la Ec. 2.19, M es el número de masa isotópico y la densidad se da en unidades de 10^{20} m^{-3} . El deterioro del confinamiento con la potencia inyectada en el modo L se asocia mayoritariamente a la turbulencia microscópica del plasma y al consecuente incremento del transporte anómalo.

Cuadro 2.1: Regímenes de confinamiento mejorado con formación de una barrera de transporte.

Modo de confinamiento	Cambio en el transporte	Efecto en las fluctuaciones
H (High confinement mode)	Formación de una barrera de transporte en el borde. Reducción de χ_i , χ_e y D . $H \approx 2$	Cambio en la fase $\tilde{n} - \phi$, seguido de supresión de las fluctuaciones en el borde del plasma. Correlación radial reducida en el interior.
VH (Very High confinement mode)	Ensancha la barrera de transporte del borde hacia el interior. Reducción de χ_i , χ_e y D . $H \approx 4$	Desaparición de las irrupciones o estallidos en las fluctuaciones de la densidad.
ITB, CH (Internal Transport Barriers, Core-H mode)	Reducción de χ_i y χ_ϕ . Sin cambios en χ_e .	?
ERS, NCS, ITBNS (Enhanced Reversed Shear, Negative Central Shear, Internal Transport Barriers with Negative Shear)	Formación de una barrera interna de transporte. χ_i y D neoclásicas. Reducción de χ_e .	Supresión de las fluctuaciones en el núcleo.

2.4.2. Modos de confinamiento mejorado

Hasta el momento se ha estado haciendo referencia a modos de confinamiento mejorado sin atender a una clasificación más detallada. En la práctica, estos modos son accesibles por diversas rutas y presentan características variadas. En la tabla 2.1 se listan algunos modos de operación en que se observa una desviación clara del escalado Ec. 2.19. El factor H de la tabla 2.1 es el cociente entre el tiempo de confinamiento de cada modo y el confinamiento en modo L correspondiente a la dependencia patrón, Ec. 2.19 [Stambaugh (1990); Carreras (1997)]. El modo de confinamiento se describe por las siglas y nombres dados comúnmente en la literatura.

Existen otros modos de confinamiento mejorado e, incluso, modos de operación en que se combinan facetas de modos a priori distintos. Los casos de la tabla 2.1 comparten la característica de que existe un umbral de la potencia inyec-

tada que separa al modo L del correspondiente modo de confinamiento mejorado. Cuando se opera en condiciones próximas al umbral, la descarga puede permanecer en modo L o saltar al modo de confinamiento mejorado. Se dice entonces que se ha producido una bifurcación en el transporte. El nuevo estado estacionario se caracteriza por un tiempo de confinamiento notablemente mayor, como refleja el factor H.

La primera bifurcación del transporte en un dispositivo de fusión por confinamiento magnético se observó en 1982 en el tokamak *Axisymmetric Divertor Experiment* (ASDEX) [Wagner et al. (1982)] y seguidamente en muchos otros dispositivos con geometrías y métodos de calentamiento del plasma muy diferentes [Groebner (1993); Burrell (1994)]. La primera faceta común encontrada fue la formación de una barrera de transporte en el borde del tokamak, es decir, la disminución drástica en él de las difusividades y de las conductividades térmicas. El modo VH puede considerarse como una extensión del modo H, en que la barrera de transporte se ensancha desde la periferia hasta el interior pudiendo llegar a abarcar toda la sección transversal del plasma [Jackson et al. (1991); Greenfield et al. (1993)]. La disponibilidad de fuentes de calentamiento de alta potencia ha permitido, ya en la década de los noventa, identificar fenómenos semejantes de bifurcación en los que la barrera de transporte se forma en el interior de la columna de plasma [Koide et al. (1993); LeBlanc et al. (1995); Levinton et al. (1995); Strait et al. (1995), Lazarus et al. (1996), Koide et al. (1997)]. Hay muchas facetas comunes a la formación de barreras en el borde e internas, sugiriendo que la física subyacente al proceso de formación y sostenimiento es la misma para ambas [Synakowski (1998)]. En particular, en la posición de la barrera coinciden la formación de elevados gradientes de la presión y del campo eléctrico radial. También en ambos casos, la región de la barrera se encuentra bien correlacionada con una reducción de la amplitud de las fluctuaciones y/o de los flujos inducidos por las mismas. Las diversas teorías se han centrado en los mecanismos por los cuales pueden suprimirse los flujos producidos por la microturbulencia, con el requisito de que dicha supresión continúe aun cuando las fuentes de energía libre para la turbulencia aumenten tras la formación de la barrera. Las primeras teorías de supresión de la turbulencia en este contexto predecían que el mecanismo era una descorrelación no lineal de las estructuras turbulentas. Inicialmente, el poder de descorrelación se atribuyó a la magnitud del campo eléctrico radial [Itoh e Itoh (1988); Shaing et al. (1989)] y, posteriormente, a la cizalla de la velocidad $E \times B$ [Biglari et al. (1990)], la cual involucra principalmente al gradiente en la dirección radial de dicha magnitud. Éste es el mecanismo más aceptado en la actualidad.

La modelización de las barreras en el borde debe incluir las peculiaridades de la geometría magnética en esa región y una descripción consistente de las condiciones de contorno para los diversos perfiles del plasma, todo lo cual es muy específico de cada dispositivo experimental. Suponiendo, pues, que el mecanismo subyacente a la formación de barreras es el mismo en todos los casos, es natural empezar por una modelización de las barreras internas, donde los efectos de la periferia pueden excluirse del estudio.

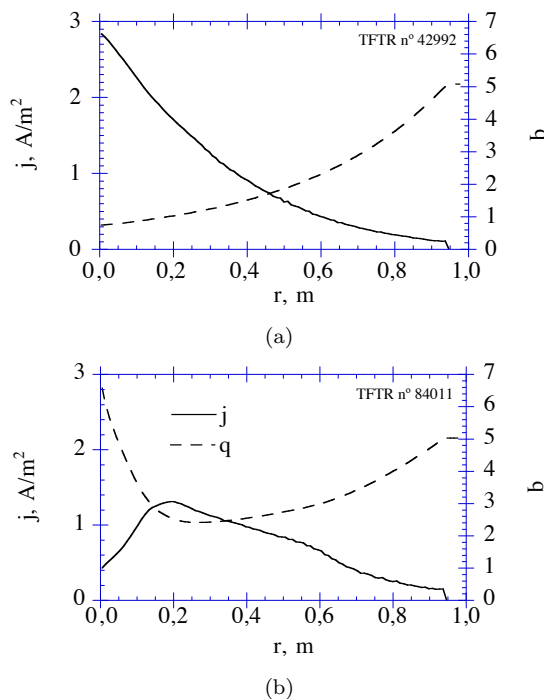


Figura 2.3: Perfiles de la densidad de corriente del plasma y del factor de seguridad correspondientes a una configuración magnética normal (a) y a una configuración con cizalla magnética inversa (b) en el tokamak TFTR.

2.4.3. Barreras internas en el modo ERS

A través del control del perfil de la corriente puede modificarse el perfil del factor de seguridad q . Cuando el perfil de la corriente presenta su máximo fuera del eje magnético (perfil hueco), q presenta un mínimo en torno al máximo en la corriente, i.e., la cizalla magnética desde esa posición hacia el centro es negativa. Estas características se muestran en la Fig. 2.3, donde se compara la configuración típica de cizalla normal, obtenida de la descarga de TFTR n° 42992, con una configuración con cizalla invertida, correspondiente a la descarga TFTR n° 84011. Se ha encontrado que el tipo de configuración con cizalla magnética invertida (RS, “Reversed Shear”) presenta características del confinamiento mejorado [Rice et al. (1996)] gracias a la reducción de las fluctuaciones de la densidad en la región de cizalla magnética negativa. Ésta puede reducir substancialmente la tasa de crecimiento de los modos electrostáticos por gradiente de la temperatura iónica cuando q es pequeño [Kim y Wakatani (1995)], aunque no explica la reducción de la turbulencia. Aprovechando el modo RS de confinamiento ha sido posible acced-

er a regímenes de confinamiento con barreras internas de transporte. Estos modos de confinamiento reciben distintos nombres según la máquina en que se observan, atendiendo al modo particular de operación, denominándose NCS (“Negative Central Shear”) en DIII-D, ERS (“Enhanced Reversed Shear”) en TFTR, e ITBNMS (“Internal Transport Barrier with Negative Magnetic Shear”) en JT-60U (ver tabla 2.1). Se ha encontrado, sin embargo, que aunque la inversión de cizalla magnética facilita notablemente la formación de barreras internas, no es una condición *sine qua non* ni provee la explicación dinámica.

En el caso de TFTR (modo ERS) el transporte anómalo en el núcleo del plasma queda prácticamente eliminado de los canales de partículas y calor iónico. La conductividad térmica anómala de los electrones se reduce pero no siempre llega a eliminarse. El modo ERS se alcanza tras darse una bifurcación en el transporte a consecuencia de la formación de la barrera interna. Otra faceta, compartida con otros modos de formación de barrera interna, es la expansión de la misma tras su formación. La posición del pie de la barrera se detiene aproximadamente en la región de inversión de la cizalla magnética. Además, la transición viene acompañada de un incremento espontáneo de la magnitud y el gradiente del campo eléctrico. La señal temporal de las fluctuaciones de la densidad en la posición en que ha de formarse inicialmente la barrera muestra estallidos o irrupciones, lo que sugiere una competición entre los mecanismos de generación y supresión de la turbulencia [Mazzucato et al. (1996)]. Los niveles de fluctuaciones en la zona de la barrera de transporte decaen abruptamente en el momento de la transición.

Otro fenómeno observado a menudo en la formación de barreras internas en modo ERS es que la transición va precedida por un incremento repentino de la velocidad de rotación poloidal. Este incremento se produce junto al borde interior de la barrera y abarca una anchura del orden de 1 cm, desapareciendo tras la formación de la barrera. El valor de la velocidad poloidal, debido al amortiguamiento magnético, suele encontrarse en valores inferiores a 1 km/s. El pico de velocidad poloidal observado previo a la transición puede alcanzar, sin embargo, valores próximos a 100 km/s, lo que implica un cizallamiento muy intenso del flujo poloidal [Bell (1998)]. El fenómeno es compatible con el mecanismo de supresión de la turbulencia a través de la cizalla del campo eléctrico radial, pero se desconoce el origen del aumento repentino en la velocidad poloidal. Existen, no obstante, casos en los que esta excursión local de la velocidad poloidal no se ha observado.

Parte III

Formación de barreras internas

Capítulo 3

Modelo de transición entre modos de confinamiento

3.1. Principios

3.1.1. Heurística

El modelo que se expone en este capítulo explica cualitativamente las facetas dinámicas de las bifurcaciones en el transporte comentadas en el capítulo anterior. Para obtener resultados cuantitativos sería preciso contar con una teoría satisfactoria del transporte en un tokamak, algo que no existe en la actualidad. Por ello nos ocuparemos, de momento, de la construcción del modelo y de su dinámica dejando para más adelante otras comparaciones más detalladas.

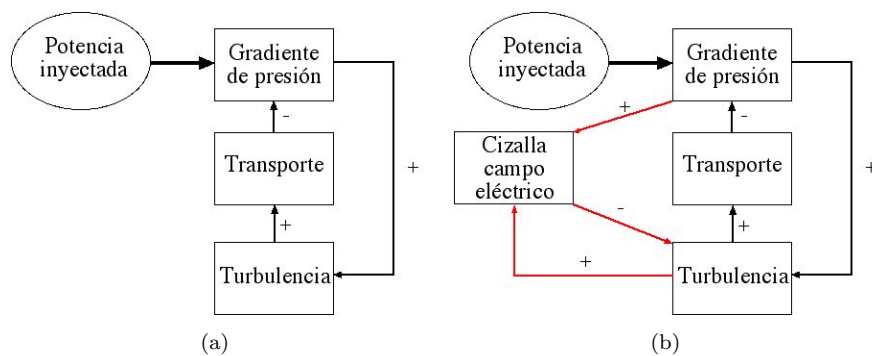


Figura 3.1: (a) Esquema de los lazos de retroalimentación que dan lugar al estado estacionario del plasma en modo L y (b) en modo de confinamiento mejorado según el modelo. Los signos + indican refuerzo y los signos - atenuación.

La figura 3.1 esquematiza los elementos que intervienen en la formación de una barrera de transporte según el modelo que se va a exponer. En estado estacionario en modo L se tiene un perfil de la presión consistente con las fuentes externas de energía y momento y con el transporte anómalo provocado por las inestabilidades (Fig 3.1a). Esta vía de retroalimentación es negativa porque un aumento del gradiente de la presión conlleva el aumento de la turbulencia que determina el transporte anómalo, lo cual tiende a relajar el gradiente. Por otro lado, el campo eléctrico permite una vía de retroalimentación positiva a través de la cizalla del flujo ExB (Fig. 3.1b). La magnitud del campo eléctrico radial, E_r , aumenta con el gradiente de la presión. A partir de un valor crítico, la consecuente cizalla en el flujo ExB , V_E , es capaz de rasgar las estructuras turbulentas reduciendo así el transporte, lo que aumenta aún más el gradiente de la presión originando un mecanismo de retroalimentación que fuerza al sistema a la extinción local de las fluctuaciones produciéndose la transición a un nuevo modo de confinamiento. Esto puede suceder siempre que la dependencia de V_E' con el gradiente de la presión sea más fuerte que la del crecimiento de la turbulencia con el mismo gradiente. La magnitud de E_r puede verse afectada también por las fuentes de momento toroidal o poloidal. De ellas se comentará algo más en el siguiente capítulo.

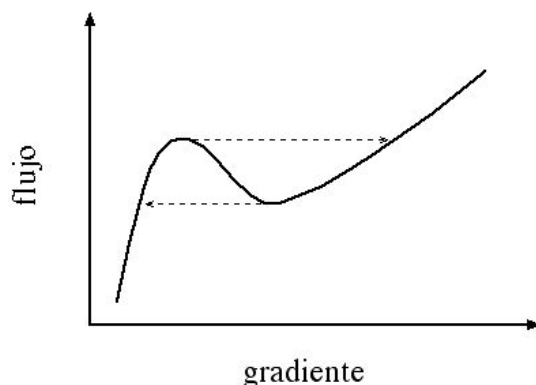


Figura 3.2: Variación esquemática de la relación entre el flujo y el gradiente (cambiado de signo) para un sistema de transporte con bifurcación e histéresis. La zona en que el flujo disminuye con el gradiente es linealmente inestable.

Los conceptos generales de este modelo de transición han sido descritos por [Diamond et al. (1997)]. El flujo local en un sistema difusivo puede verse como una función del gradiente local, $\Gamma = \Gamma(n')$. Esta dependencia sería lineal, a través de un coeficiente de difusión, en un sistema difusivo convencional. En nuestro caso, el poder de la cizalladura del campo eléctrico radial para reducir el flujo convierte la dependencia del flujo con el gradiente en esencialmente no lineal, con la particularidad de que existe un intervalo de gradientes para el que $\partial\Gamma/\partial n' < 0$ (Fig. 3.2),

siendo $n' = -\partial n/\partial x$ el gradiente de la correspondiente variable termodinámica intensiva (p.ej. la densidad). Pero las soluciones al sistema difusivo con $\partial\Gamma/\partial n' < 0$ son inestables, como esbozaremos a continuación. Sea la ecuación de transporte

$$\frac{\partial n(x,t)}{\partial t} + \frac{\partial\Gamma(n',x)}{\partial x} = S(x) \quad (3.1)$$

donde S es el término fuente, y sea una perturbación al equilibrio expresada por $\tilde{n}(x,t) = n(x,t) - n_0(x,\Gamma_0)$ cuya escala espacial, l , es mucho menor que la escala espacial (correspondiente a n') del sistema, L . Aproximando el flujo en torno a su valor en equilibrio, $\Gamma(n',x) \approx \Gamma_0(n'_0) + (\partial\Gamma/\partial n')(\partial\tilde{n}/\partial x)$, podemos linealizar la Ec. 3.1 y obtener la evolución de la perturbación:

$$\frac{\partial\tilde{n}(x,t)}{\partial t} \approx -\frac{\partial\Gamma}{\partial n'} \frac{\partial^2\tilde{n}}{\partial x^2} \quad (3.2)$$

donde se ha aprovechado que $l \ll L$. Si $\partial\Gamma/\partial n' < 0$, la Ec. 3.2 dará lugar a un crecimiento exponencial de la perturbación, esto es, el sistema es linealmente inestable. Entonces sólo existe equilibrio en la Ec. 3.1 para aquellos gradientes tales que $\partial\Gamma/\partial n' > 0$. Obsérvese que el flujo local viene dado por el perfil de la fuente: $\int S dx = S_I = \Gamma = Dn'$ para algún coeficiente de difusión D . Dado un flujo local, esta expresión del equilibrio relaciona el flujo con el gradiente mientras se tenga $\partial\Gamma/\partial n' > 0$. Si la alimentación a través de la fuente lleva al sistema a la región de gradientes inestables, éstos aumentarán hasta que se alcance la nueva región de estabilidad, donde los gradientes son mucho mayores dada la misma fuente S_I . Localmente, pues, existen valores del flujo para los que pueden coexistir dos gradientes muy distintos. En realidad, lo que se obtiene es un punto de empalme de ambos gradientes en lo que sería el frente de la barrera de transporte. Como se ha comentado, una exposición más completa sobre el comportamiento de estos sistemas se da en [Lebedev y Diamond (1997)].

En el modelo que se va a describir, los flujos presentan la dependencia de la Fig. 3.2, para la que existe una región de gradientes inestables en el sentido comentado arriba. El motivo es la existencia de gradientes críticos para la supresión local de la turbulencia a través de V_E' . Cuando se alcanza la condición crítica, y para un valor fijo de S_I , el flujo $\Gamma = (D^{anom} + D^{neo})n'$ se reduce al valor remanente neoclásico $\Gamma = D^{neo}n'$ y luego vuelve a aumentar (con el aumento de n') hasta que se alcanza el nuevo equilibrio estable. Para materializar el modelo es necesario, pues, definir

1. la evolución de la turbulencia en función de sus mecanismos de forzado, saturación y supresión;
2. la manera en que los perfiles termodinámicos afectan al campo eléctrico radial; y
3. unos coeficientes de transporte anómalo dependientes del nivel de turbulencia.

Definiremos la turbulencia a través de la envolvente del nivel de fluctuaciones de la densidad. El modelo de transición consiste, entonces, en el acoplo no lineal de la evolución de los perfiles del plasma al nivel de fluctuaciones a través del campo eléctrico radial. Este acoplo se representa en la Fig. 3.1b por las líneas en color. Un aspecto fundamental es obtener el campo eléctrico consistentemente con los perfiles termodinámicos.

Por último, el modelo va a ser aplicado a la formación de barreras internas, particularmente en configuraciones de cizalla magnética inversa. Aparte de la dependencia radial del crecimiento del nivel de fluctuaciones debida a la dependencia radial de los gradientes del sistema, dicho crecimiento debe verse afectado por el poder estabilizador de la geometría magnética. Éste y otros aspectos se tendrán en cuenta en las subsecciones siguientes, donde se detallan las componentes matemáticas del modelo.

3.1.2. Evolución del nivel de fluctuaciones

La evolución de la envolvente del nivel de fluctuaciones, al que denotaremos ε en todo el trabajo, debe describir tanto el aumento de la turbulencia conforme al aumento del contenido energético del plasma como su eventual supresión. La tasa de crecimiento de ε puede adscribirse al crecimiento del modo más inestable en el modelo de inestabilidades que se escoja para describir el transporte anómalo. Consideraremos que, en ausencia de amortiguamiento, ε se debe al balance entre el crecimiento de las fluctuaciones, γ , y la transferencia no lineal de energía desde los modos inestables a otras longitudes de onda correspondientes a modos amortiguados [Carreras et al. (1994)]. Esta transferencia puede representarse por una difusividad en el espacio de números de onda que depende de la amplitud de las propias fluctuaciones. En el límite de fuerte turbulencia se admite la forma $D_k \approx (\rho_s c_s W_k)^2 \sum_{k'} k_\theta'^2 |n_{k'}/n_0|^2$ donde W_k es la anchura radial de la inestabilidad, k_θ es el número de ondas poloidal y n_k es la parte fluctuante de la densidad en correspondencia con un modo de número de onda k . El amortiguamiento resultante de la energía de las fluctuaciones es $-D_k/W_k^2$, lo que da un término de saturación proporcional al promedio espectral de las fluctuaciones de la densidad. Tomaremos, entonces, por definición $\varepsilon = \langle (\tilde{n}/n_0)^2 \rangle^{1/2}$, donde $\langle \rangle$ simboliza los promedios espectral y espacial, éste definido para que ε pueda considerarse dependiente de sólo una variable espacial (típicamente el radio del tokamak). En nuestro sistema de ecuaciones representamos la saturación con un término $\alpha_1 \varepsilon^2$, donde el coeficiente de saturación α_1 depende del modelo escogido para la turbulencia. Es posible obtener una dependencia general para α_1 mediante argumentos de longitud de mezclado, aprovechando que el coeficiente proviene de las no linealidades convectivas en la evolución de n_k . Así, $\alpha_1 \propto \sqrt{\bar{k}_\theta^2} \rho_s c_s / \Delta$ (Apéndice A), donde la barra indica promedio espectral y $\Delta = \bar{W}_k$ es la correlación radial o longitud de mezclado representativa de las escalas espaciales de la turbulencia. Esta dependencia permite escindir α_1 en una función de los perfiles termodinámicos y en

Δ , que depende del modelo de inestabilidad. En [Diamond et al. (1994)] se dan expresiones para γ y Δ según varios modelos teóricos de transporte turbulento.

Una tercera componente en la evolución de ε es la supresión de la turbulencia a través de la cizalla del flujo ExB. En las ecuaciones dinámicas de las fluctuaciones, una cizalla promedio (en los ángulos poloidal y toroidal sobre una superficie de flujo magnético) de la componente poloidal de la velocidad ExB, $V_E = -E_r/B$, introduce, a través de la convección, un término de ruptura de simetría $k_\theta V_E' x$, donde la prima significa derivada radial, siendo x una coordenada radial con origen en la posición de una superficie resonante. El amortiguamiento debe ser una función par [Shaing et al. (1989)] del término de ruptura de simetría para que las ecuaciones sean invariantes bajo la transformación $x \rightarrow -x$, $V_E' \rightarrow -V_E'$. Aquí adoptamos el mecanismo de supresión de la turbulencia por cizallamiento de [Biglari et al. (1990)], donde el término característico de ruptura de simetría de las estructuras turbulentas es la cizalladura normalizada $\Omega \equiv \omega_s/\gamma$ con $\omega_s = k_\theta V_E' W_k$. Una explicación sencilla de la física de este mecanismo puede encontrarse en [Carreras y Lynch (1992)]. El amortiguamiento causado por la cizalla del flujo ExB es, entonces, proporcional a $-\gamma\Omega^2$ con un coeficiente de proporcionalidad que depende de la inestabilidad particular. También aquí es posible derivar una dependencia general para separar lo que dependa del modelo particular de turbulencia. Para ello escribimos la parte de supresión del nivel de fluctuaciones en la evolución de ε como $-\alpha_2 V_E'^2/\gamma$, donde α_2 debe obtenerse del criterio particular de supresión. En nuestro caso $\sqrt{\alpha_2} \propto (\bar{k}_\theta^2)^{1/2} \Delta$, o sea, es proporcional al cociente entre los promedios espectrales de las longitudes de correlación radial y poloidal. Entonces la envolvente del nivel de fluctuaciones evoluciona según

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} = \left(\gamma - \alpha_1 \varepsilon - \alpha_2 \frac{\langle V_E' \rangle^2}{\gamma} \right) \varepsilon \quad (3.3)$$

En vez de la expresión en geometría cilíndrica usada en la Ec. 3.3, adoptamos la forma del cizallamiento ExB en geometría toroidal [Hahm (1994)],

$$\omega_s \propto \frac{r}{q} \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{q V_E}{r} \right) \quad (3.4)$$

Permitiendo una difusión espacial de las fluctuaciones, la ecuación 3.3 resulta

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} = \left(\gamma - \alpha_1 \varepsilon - \alpha_2 \frac{\omega_s^2}{\gamma} \right) \varepsilon + \nabla \cdot (D_\varepsilon \nabla \varepsilon) \quad (3.5)$$

Finalmente, hace falta un modelo para el forzado lineal y la saturación que sea consistente con la elección de los coeficientes de transporte anómalo. Del modelo de [Biglari et al. (1990)] expuesto en la sección 2.3 se obtiene (Ecs. 2.12 y 2.13)

$$\gamma \sim \left(\omega_{*e} \omega_{de} \frac{1 + \eta_i}{\tau} \right)^{1/2} = k_{\theta} \rho_s c_s \left[\frac{1}{2R\tau} \left(\frac{1}{L_{T_i}} + \frac{1}{L_n} \right) \right]^{1/2} \quad (3.6)$$

$$\Delta \sim \rho_s \left(\frac{q^2 \omega_{*e} \frac{1 + \eta_i}{\tau}}{\hat{s}^2 \omega_{de}} \right)^{1/4} = \rho_s \left[\frac{q^2 R}{\hat{s}^2 \tau} \left(\frac{1}{L_{T_i}} + \frac{1}{L_n} \right) \right]^{1/4} \quad (3.7)$$

Una componente importante en la dinámica de la turbulencia es el efecto estabilizador de la cizalla magnética. Así, una pieza esencial es que el perfil de la tasa de crecimiento de las inestabilidades dependa también de la configuración magnética. Esta dependencia se expresa convenientemente a través del perfil de q (ver sección 2.3.4). El crecimiento de muchas inestabilidades se reduce notablemente donde la cizalla magnética es débil o negativa [Kadomtsev y Pogutse (1967); Kim y Wakatani (1995)], lo que implica un gradiente en el perfil de la tasa de crecimiento lineal, γ . Esta también puede verse afectada por el corrimiento de Shafranov [Beer et al. (1997)] y por el gradiente en la frecuencia diamagnética de γ . Necesitamos, entonces, que el crecimiento dependa de q de manera que se realice el efecto estabilizador de la cizalla magnética débil o inversa observado en los plasmas de altas prestaciones. Una opción es la dependencia $\sim \exp(R/L_s)$, tomada de [Hamaguchi y Horton (1990)] (Ec. 2.18) y que, al igual que las Ecs. 3.6 y 3.7, es válida donde se dé un exceso de η_i sobre el valor crítico. Obsérvese que esta expresión es la Ec. 2.18 sin la contribución, ya tenida en cuenta en cuenta a través de γ , del gradiente de la densidad. En general expresaremos el crecimiento lineal, γ_L , como

$$\gamma_L = \gamma_0(q)\gamma \quad (3.8)$$

donde γ procede de la Ec. 3.6 mientras que γ_0 factoriza el efecto de la cizalla magnética. Con el modelo de Hamaguchi y Horton, $\gamma_0 = \exp(bR/L_s)$ para algún parámetro constante b .

3.1.3. Coeficientes de transporte

Los coeficientes de transporte se consideran compuestos por una parte irreducible colisional (neoclásica), D_{neo} , y una parte anómala dependiente del nivel de fluctuaciones, D_{anom} . La parte colisional puede tomarse de cualquier formulario. En cuanto a D_{anom} , es necesario escoger un modelo consistente con la evolución del nivel de fluctuaciones y obtener las dependencias de los coeficientes de transporte con el mismo. Para el modelo de [Biglari et al. (1990)], las Ecs. 2.14-2.16 permiten explicitar dichas dependencias con ε :

$$D_n \sim \left(\frac{a}{R}\right)^{3/2} \frac{(k_\theta \rho_s)^2 c_s^2}{\nu_e} \varepsilon^2 \quad (3.9)$$

$$\chi_i \sim (k_\theta \rho_s) c_s R^{1/2} \left(\frac{1}{L_{T_i}} + \frac{1}{L_n}\right)^{-1/2} \tau^{1/2} \varepsilon^2 \quad (3.10)$$

Obsérvese que la dependencia del transporte con la cizalla magnética queda ahora incorporada a ε a través de su tasa de crecimiento lineal, Ec. 3.8. El factor $k_\theta \rho_s$ se tomará constante en todos los cálculos, $k_\theta \rho_s = 0,3$.

Es conveniente expresar todo el transporte anómalo en función de ε mediante factores funcionales explícitamente dependientes de los perfiles termodinámicos del sistema, D_0 , acompañando a las dependencias explícitas con ε . Por ejemplo, las expresiones 3.9 y 3.10 dan $D_{anom} = D_0 \varepsilon^2$. Entonces los coeficientes de transporte se presentarán en la forma general

$$D = D_{neo} + D_0 \varepsilon^b,$$

donde b es del orden de la unidad. Puesto que el presente trabajo se dedica a la formación de barreras internas, el transporte en la periferia del plasma no se expresará en esta manera (es decir, no dependerá de ε)¹ y sólo se utilizará por su importancia para describir descargas experimentales en modo L.

3.1.4. Campo eléctrico radial

La fuente del campo eléctrico es la densidad de carga. Combinando la correspondiente ecuación de Maxwell con la conservación de la masa se encuentra que, en la dirección radial, $\partial E_r / \partial t \propto \Gamma_e - \Gamma_i$. Entonces, el campo eléctrico radial E_r puede obtenerse en función de los perfiles termodinámicos a partir de la condición de estado estacionario $\Gamma_e = \Gamma_i$ [Itoh e Itoh (1996)]. Esta igualdad involucra a los coeficientes de transporte que, como se ha comentado en la sección 2.3, pueden ser funciones complicadas de los propios perfiles y de sus gradientes. En la descripción de fluido que corresponde a nuestro caso obtenemos E_r de la componente radial de la ecuación en el orden más bajo del equilibrio de fuerzas (despreciando el término de inercia) para los iones:

$$E_r = \frac{1}{eZn_i} \nabla(n_i T_i) - V_\theta B_\xi + V_\xi B_\theta \quad (3.11)$$

Los coeficientes de transporte van inmersos implícitamente en los perfiles de la presión y las velocidades del fluido. En vez de escribir una ecuación más explícita para E_r , utilizaremos esta expresión dejando la definición consistente de E_r en manos de las ecuaciones de evolución apropiadas para n_i , T_i , V_θ y V_ξ .

¹Para hacer que el transporte en la periferia dependa explícitamente de un nivel de fluctuaciones habría que definir un nuevo campo turbulento con las tasas de crecimiento, saturación, etc., apropiadas, y expresar los coeficientes de transporte válidos para la periferia en función de este nuevo campo.

3.2. Acoplo del modelo de transición a las ecuaciones de transporte

3.2.1. Modelo simple a dos campos

La dinámica básica del modelo de transición se puede encontrar acoplando la ecuación de la envolvente del nivel de fluctuaciones (Ec. 3.5), a través de la cizalla del campo eléctrico radial, E_r' , a la evolución de la densidad. En esta sección se construye una versión simplificada del modelo de transición, en geometría plana, para dar ejemplo de la manera en que el modelo de transición de la sección 3.1 se acopla a un sistema común de ecuaciones de transporte. La sencillez del caso va a permitir explicar analíticamente algunas facetas básicas. Este modelo analítico consiste en las ecuaciones de evolución de ε y de la densidad. De esta manera, se tienen las componentes mínimas necesarias para permitir la transición según el esquema de la Fig. 3.1b: La fuente de partículas provoca el gradiente del sistema, que tomaremos como el gradiente normalizado de la densidad, $N = (-\partial/\partial x) \ln n$, donde x equivale a la coordenada radial. Este gradiente será el causante del transporte anómalo y de su eventual supresión a través de la evolución del nivel de fluctuaciones. Para simplificar aún más el modelo, observamos que la Ec. 3.5 debe estar gobernada por la escala de tiempos del crecimiento de las inestabilidades, mucho más rápida que la escala de la difusión. Por consiguiente, los términos de amortiguación y forzado en la evolución del nivel de fluctuaciones se consideran dominantes con respecto al término difusivo. El forzado de la turbulencia se debe a $\gamma = \gamma_0 N$, donde $\gamma_0 = \gamma_0(x)$ es un factor geométrico en la tasa de crecimiento lineal que representa el efecto estabilizador de la cizalla magnética (o cualquier otro efecto) como función del radio. Para simular descargas en modo RS suponemos que q presenta un mínimo en la posición x_{min} , $q_{min} = q(x_{min})$, y que la región de cizalla magnética inversa es $x < x_{min}$. Debido al efecto estabilizador de la cizalla magnética, γ_0 se reduce sensiblemente en dicha región pero sin llegar a anularse. Para escribir el término de supresión usando sólo el gradiente de la densidad, suponemos un sistema en que la temperatura es constante. En tal caso, la presión es proporcional a la densidad y el campo eléctrico radial (Ec. 3.11 sin la contribución de la fuerza de Lorentz) resulta $E_r \propto N$. En consecuencia, tomamos $\alpha_2 \omega_s^2 / \gamma = \alpha_2 N'^2 / \gamma_0 N$ en la evolución del nivel de fluctuaciones (Ec. 3.5) y el sistema que analizaremos es:

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} = \left(\gamma - \alpha_1 \varepsilon - \alpha_2 \frac{\omega_s^2}{\gamma} \right) \varepsilon = \left(\gamma_0 N - \alpha_1 \varepsilon - \alpha_2 \frac{N'^2}{\gamma_0 N} \right) \varepsilon \quad (3.12)$$

$$\frac{\partial n}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial x} [(D_N + D_0 \varepsilon) N] + S \quad (3.13)$$

donde D_N es el nivel neoclásico de transporte, D_0 es el nivel de transporte anómalo y $S = S(x)$ es la fuente de partículas. La Fig. 3.3 muestra unos perfiles típicos de $\gamma_0(x)$ y $S(x)$, obtenidos respectivamente con una función del tipo tangente

hiperbólica y una gaussiana centrada en el origen. La condición de que, en presencia de un nivel finito de fluctuaciones de la densidad (turbulencia), el transporte anómalo sea mucho mayor que el transporte colisional se expresa a través de la condición $D_N \ll D_0$. Obsérvese, no obstante, que la Ec. 3.12 presenta inmediatamente la solución $\varepsilon = 0$. En otro caso se tienen soluciones finitas para ε . Sin embargo, ε es una magnitud definida positiva, de manera que la condición inicial para el perfil de ε es una función positiva en todo el recorrido. Cuando el término de supresión es mayor que el término de forzado, i.e., cuando $\gamma_0^2 N^2 < N'^2$, las fluctuaciones decrecen con el tiempo hasta alcanzar la solución $\varepsilon = 0$. En primer lugar buscaremos aproximadamente el equilibrio para ambos tipos de solución y después consideraremos la posibilidad de un equilibrio estable con barrera, es decir, con una región en modo L conectada a otra región en modo H.

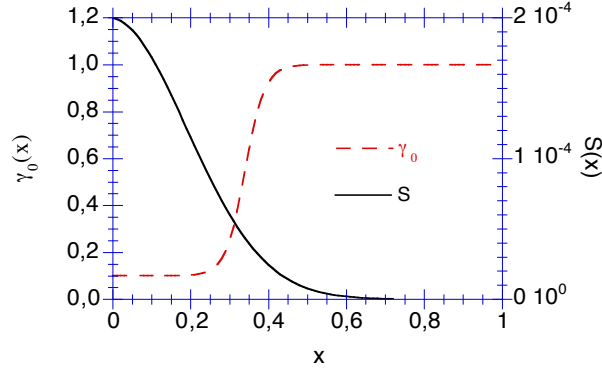


Figura 3.3: Perfiles de la fuente de partículas, S , y de la función que modula a la tasa de crecimiento lineal para tener en cuenta el efecto estabilizador de la cizalla magnética negativa, γ_0 , usados en el modelo a dos campos.

3.2.2. Equilibrio

Para encontrar soluciones en equilibrio anulamos las derivadas temporales, lo que permite obviar la densidad y trabajar con un sistema de ecuaciones para el nivel de fluctuaciones y el gradiente (normalizado) de la densidad:

$$\gamma_0 N - \alpha_1 \varepsilon - \alpha_2 \frac{N'^2}{\gamma_0 N} = 0 \Rightarrow \varepsilon = \frac{1}{\alpha_1} \left(\gamma_0 N - \alpha_2 \frac{N'^2}{\gamma_0 N} \right) \quad (3.14)$$

$$S = \frac{\partial}{\partial x} [(D_N + D_0 \varepsilon) N] \Rightarrow S_I = (D_N + D_0 \varepsilon) N \quad (3.15)$$

donde $S_I = \int dx S$. La constante de integración (omitida) en la Ec. 3.15 debe ser cero si se quiere que el gradiente normalizado N sea nulo en el equilibrio cuando

no hay fuente de partículas.

3.2.2.1. Solución en modo H

De los dos tipos de solución recién comentados, el modo de alto confinamiento (que denotaremos por el subíndice H) corresponde directamente a la solución

$$\varepsilon_H = 0 \quad (3.16)$$

y el gradiente que le corresponde es, a partir de la Ec. 3.15,

$$N_H = \frac{S_I(x)}{D_N}$$

La solución en modo H resulta, integrando este gradiente,

$$n_H = b_0 e^{-\frac{1}{D_N} \int S_I dx} \quad (3.17)$$

donde $b_0 = n_H(0)$.

3.2.2.2. Solución en modo L

Para encontrar la solución en el modo L aprovechamos que $D_0 \gg D_N$, obteniendo

$$S_I = \frac{D_0}{\alpha_1} \left(\gamma_0 N^2 - \alpha_2 \frac{N'^2}{\gamma_0} \right) \quad (3.18)$$

que puede convertirse en una ecuación para N despreciando la curvatura de la densidad con respecto a su gradiente:

$$N' = \frac{\partial}{\partial x} \left(-\frac{1}{n} \frac{\partial n}{\partial x} \right) = \frac{1}{n^2} \left(\frac{\partial n}{\partial x} \right)^2 - \frac{1}{n} \frac{\partial^2 n}{\partial x^2} \approx N^2 \quad (3.19)$$

El término $\partial^2 n / \partial x^2$ puede no ser despreciable en las proximidades de la transición. En el siguiente análisis usaremos la aproximación Ec. 3.19, con lo cual estamos asumiendo una condición de gradiente crítico para la transición [Carreras et al. (1994); Diamond et al. (1997)]. La Ec. 3.18 queda ahora

$$S_I = \frac{D_0 \gamma_0}{\alpha_1} \left(1 - \frac{\alpha_2}{\gamma_0^2} N^2 \right) N^2 \quad (3.20)$$

Para encontrar una solución concreta sería preciso dar las formas funcionales de $\gamma_0(x)$ y $S_I(x)$. En general tenemos, resolviendo la Ec. 3.20 algebraicamente,

$$(N)_\pm = \frac{\gamma_0(x)}{\sqrt{2\alpha_2}} \left(1 \pm \sqrt{1 - \frac{4\alpha_1\alpha_2 S_I(x)}{D_0 \gamma_0^3(x)}} \right)^{1/2} \quad (3.21)$$

de donde se obtiene una condición crítica para la existencia de soluciones reales:

$$\frac{S_I(x)}{\gamma_0^3(x)} < \frac{D_0}{4\alpha_1\alpha_2} \quad (3.22)$$

Esta expresión es uno de los resultados cualitativos básicos del modelo de transición: Dado un transporte anómalo generado por la turbulencia en el sistema (i.e., fijados D_0 , α_1 y α_2), se puede forzar la transición al estado de alto confinamiento aumentando la intensidad de las fuentes del sistema (simbolizadas aquí por S_I). Por otro lado, existe un fuerte efecto del perfil de la cizalla magnética, representado por la función $\gamma_0(x)$, en dictar dónde se va a dar la condición crítica. Obsérvese que los valores pequeños de γ_0 facilitan la transición al modo H, y al revés para valores grandes. Si se cumple la condición Ec. 3.22 en todo el recorrido de las funciones, el sistema se encontrará en modo L con gradientes de la densidad dados por la Ec. 3.21. Los signos se pueden elegir inequívocamente porque requerimos que $N > 0$ (i.e., la densidad decrece con la coordenada x) y que, como se ha comentado antes, $N = 0$ en el equilibrio si $S_I = 0$. Puesto que tanto $\gamma_0(x)$ como $S_I(x)$ son definidas positivas, reescribimos la Ec. 3.21 como:

$$N_L = \frac{\gamma_0}{\sqrt{2\alpha_2}} \left(1 - \sqrt{1 - \frac{4\alpha_1\alpha_2 S_I}{D_0\gamma_0^3}} \right)^{1/2} \quad (3.23)$$

donde el subíndice en N_L alude al tipo de solución (modo L). De esta expresión se obtiene el gradiente crítico pre-transición o, equivalentemente, el gradiente máximo permisible en modo L:

$$N^{crit} = \frac{\gamma_0(x)}{\sqrt{2\alpha_2}}$$

que sólo depende de la configuración magnética y de la naturaleza de la turbulencia. Es evidente que, en este modelo simple, el carácter inicialmente local de la transición proviene del poder de la cizalla magnética para reducir la turbulencia. Integrando la Ec. 3.23, el perfil de la densidad correspondiente al modo L tiene la forma

$$n_L = b_1 \exp \left[\frac{1}{\sqrt{2\alpha_2}} \int dx \gamma_0(x) \left(1 - \sqrt{1 - \frac{4\alpha_1\alpha_2 S_I(x)}{D_0\gamma_0^3(x)}} \right)^{1/2} \right] \quad (3.24)$$

donde $b_1 = n_L(x = 0)$ es una constante de integración dependiente de la condición de contorno para la densidad. La solución en modo L para el nivel de fluctuaciones se obtiene directamente de las Ecs. 3.23 y 3.14 haciendo la aproximación $\alpha_2 = 0$.

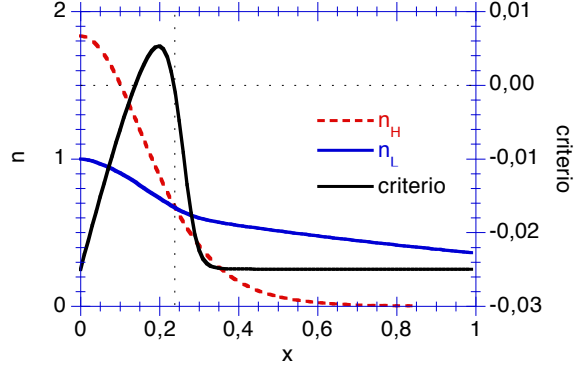


Figura 3.4: Soluciones en modo H (Ec. 3.17) y modo L (Ec. 3.24) usando las funciones S y γ_0 de la Fig. 3.3. También se representa el criterio dado por la Ec. 3.22 para la existencia de solución en modo L, $4\alpha_1\alpha_2S_I - D_0\gamma_0^3 < 0$.

3.2.2.3. Empalme de soluciones

Si la Ec. 3.22 no se cumple en ningún punto, la densidad viene dada por la Ec. 3.17. Puesto que S_I es una función continua y monótona, existen estados en los que la solución debe ser un empalme de las soluciones 3.17 y 3.24 (Fig. 3.4), donde el punto de empalme (posición de la barrera de transporte) corresponde a la posición x_b dada por la igualdad en la Ec. 3.22,

$$4\alpha_1\alpha_2S_I(x)/D_0\gamma_0^3(x) = 1$$

Para obtener la Fig. 3.4 se ha calculado numéricamente las soluciones dadas por las Ecs. 3.17 y 3.24 usando los perfiles de la Fig. 3.3. También se representa la función $4\alpha_1\alpha_2S_I - D_0\gamma_0^3$ basada en el criterio de la Ec. 3.22, o sea, n_L no existe para valores positivos del criterio, aunque en la Fig. 3.4 las soluciones para n se han dibujado en todo el intervalo por claridad. La Ec. 3.22 permite, pues, estimar la anchura de la barrera de transporte. Obsérvese que dicha anchura aumenta al aumentar S_I , i.e., la intensidad de la fuente de partículas. En la parte interior de la barrera se vuelven a dar condiciones subcríticas y la solución desde ahí hasta el origen debe ser del tipo n_L otra vez.

Para buscar una solución híbrida suponemos que la zona de empalme es una región estrecha de anchura 2Δ , lo que permitirá considerar que la densidad $n(x_b) = n_b$ es una buena aproximación al valor de la densidad en dicha región. Así, el gradiente normalizado y la densidad están relacionados por $n = n_b \int dx N$. Definimos la variable espacial $y = (x - x_b)/\Delta$ de manera que los límites de la región de empalme son $y = \pm 1$. El sistema Ecs. 3.14 y 3.15 ahora se escribe

$$\varepsilon = \frac{1}{\Delta\alpha_1} \left(\gamma_0 N - \alpha_2 \frac{N'^2}{\gamma_0 N} \right)$$

$$S_I(x_b) = S_{Ib} = \frac{1}{\Delta} (D_N + D_0\varepsilon) N$$

donde $N = (1/n_b)(dN/dy)$ y $N' = dN/dy$. Aprovechando la condición $D_N \ll D_0$ se obtiene $\varepsilon = \Delta S_{Ib}/D_0 N$, de donde resulta una ecuación diferencial ordinaria para el gradiente:

$$N\varepsilon = \frac{1}{\Delta\alpha_1} \left(\gamma_0 N^2 - \frac{\alpha_2}{\gamma_0} N'^2 \right) \Rightarrow$$

$$\frac{\alpha_2}{\gamma_0^2} N'^2 = N^2 - \frac{\Delta^2 \alpha_1 S_{Ib}}{D_0 \gamma_0}$$

Estamos tomando el valor de la integral de la fuente evaluado en x_b , lo que permite obviar su dependencia funcional en la región de la barrera. Haciendo al igual con γ_0 , esto es, tomando para la región de la barrera $\gamma_0(x) \approx \gamma_0(x_b) = \gamma_{0b}$, se pueden definir los parámetros

$$h^2 = \frac{\alpha_2}{\gamma_{0b}^2}$$

$$a^2 = \frac{\Delta^2 \alpha_1 S_{Ib}}{D_0 \gamma_{0b}}$$

y la ecuación resultante,

$$h \frac{dN}{dy} = \pm \sqrt{N^2 - a^2}$$

es integrable directamente. Efectuando el cambio de variables $v = \cosh u = N/a$ se encuentra

$$N(y) = a \cosh \left(\frac{C_1 \pm y}{h} \right)$$

donde C_1 es una constante de integración. Físicamente exigimos que la función n sea continua en todo el recorrido. El gradiente y el nivel de fluctuaciones, en cambio, pueden ser discontinuos en la barrera de transporte. El empalme de soluciones lo imponemos, pues, para la función

$$n(y) = n_b \int dy N = \pm \frac{ah}{C_1} \sinh \left(\frac{C_1 \pm y}{h} \right) + C_2 \quad (3.25)$$

con las condiciones de contorno dadas por las soluciones $n(-1) = n_H(x_b)$ y $n(+1) = n_L(x_b)$. En la Fig. 3.5 se representa la función $n(y)$, Ec. 3.25, para los parámetros con los que se ha obtenido la Fig. 3.4, usando $2\Delta=0,01$. Allí se

indican los valores de n_H y n_L correspondientes respectivamente a $x = x_b - \Delta/2$ y $x = x_b + \Delta/2$. La imprecisión en los puntos de empalme procede de las aproximaciones efectuadas para obtener la Ec. 3.25, como son el despreciar la variación espacial de γ_0 y n en la región de la barrera.

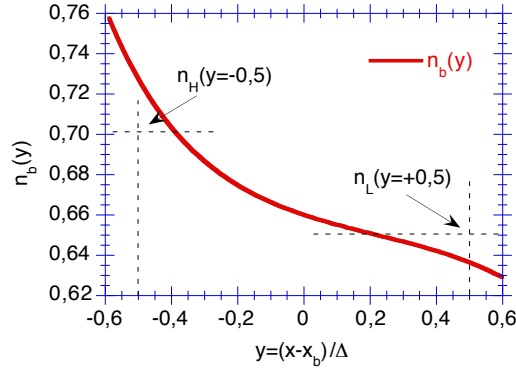


Figura 3.5: Solución en la región de la barrera de transporte, Ec. 3.25. También se indican los valores de n_H y n_L de la Fig. 3.4 en los extremos de la barrera, $x = x_b \pm \Delta/2$.

3.2.3. Estabilidad

Un estudio general de este tipo de sistemas, basado en argumentos de gradiente crítico, se ha dado en [Lebedev y Diamond (1997)]. Conviene ahora comprobar, concretamente en nuestro modelo, la estabilidad del modo L dependiendo de la proximidad a la transición y, además, investigar la incidencia de los términos en derivadas segundas. En lo que sigue resultará útil definir la razón entre la tasa de crecimiento lineal y el cizallamiento del campo eléctrico radial (ver Ecs. 3.5 o 3.12),

$$\varrho(x) = \alpha_2 \frac{\omega_s^2}{\gamma^2} \quad (3.26)$$

Las soluciones al sistema pueden emparentarse con los valores $\varrho < 1$ (modo L) y $\varrho > 1$ (modo H). El motivo de este estudio es dar una posible explicación a las soluciones obtenidas numéricamente cuando el sistema se encuentra próximo (el significado de esta proximidad quedará aclarado en éste y siguientes capítulos) a la condición crítica $\varrho=1$. En particular, el modo L no es siempre estable y su solución presenta fenómenos oscilatorios. Estos fenómenos no se han encontrado en las soluciones anteriores porque se ha despreciado la contribución de la derivada segunda de la densidad (Ec. 3.19), la cual le confiere al sistema un carácter

esencialmente no local [Taylor y Connor (1998)]. En base a ϱ se puede acometer el problema en dos aproximaciones: $\varrho \ll 1$ (sistema en modo L lejos de la transición) y $\varrho \lesssim 1$ (sistema aún en modo L pero en las proximidades de la transición).

Las soluciones encontradas anteriormente para el equilibrio en modo L son válidas para valores de ϱ suficientemente inferiores a la unidad, en cuyo caso la ecuación del estado estacionario para ε es, a partir de la Ec. 3.12,

$$\varepsilon = \frac{\gamma}{\alpha_1} (1 - \varrho) \quad (3.27)$$

Expresando el nivel de fluctuaciones como la suma de una parte promedio más una perturbación de promedio nulo, $\varepsilon = \varepsilon_0 + \tilde{\varepsilon}$, la evolución de la perturbación en la aproximación lineal resulta

$$\frac{\partial \tilde{\varepsilon}}{\partial t} = (\gamma - 2\alpha_1 \varepsilon_0 - \gamma \varrho) \tilde{\varepsilon} \quad (3.28)$$

Sustituyendo el valor de ε_0 según la Ec. 3.27, el crecimiento de la perturbación viene dado por el paréntesis en la Ec. 3.28,

$$\gamma_{\tilde{\varepsilon}} = -\gamma(1 - \varrho)$$

que es siempre negativo en modo L (i.e., cuando $\varrho < 1$). Por lo tanto, despreciando las perturbaciones de la densidad con respecto a las perturbaciones del nivel de fluctuaciones se encuentra que el modo L es siempre linealmente estable. Esta aproximación es válida precisamente porque estamos contemplando el caso en que $\varrho \ll 1$. El único término que puede hacer crecer una perturbación en la densidad es, justamente, ϱ a través de su posible efecto en disminuir ε , con la consecuente reducción del transporte. Este efecto es despreciable cuando $\varrho \ll 1$.

En las proximidades de la transición la aproximación anterior ya no es válida. Parte de la complejidad matemática se basa ahora en que todos los términos en la evolución de ε son potencialmente importantes. Además, y tal como se ha comentado al introducir la Ec. 3.20, es posible que la curvatura desempeñe un papel importante en la dinámica de la transición. En este párrafo nos aproximamos al problema considerando una región muy pequeña del espacio, de manera que las perturbaciones son tratadas en un medio infinito. Por un lado, partimos de un sistema más próximo que las Ecs. 3.12 y 3.13 al modelo de transición utilizado en el cálculo numérico porque incluimos un término difusivo en la evolución de las fluctuaciones (ver Ec. 3.5). Este término, cuya implicación lejos de la condición crítica era irrelevante, cobrará ahora mucha importancia. Por otro lado, la naturaleza de los resultados es cualitativa y éstos sólo se usarán para comentar algunos resultados numéricos.

Las ecuaciones de evolución, en geometría plana, son la Ec. 3.5 con $D_\varepsilon = \text{constante}$ y la evolución de la densidad:

$$\begin{aligned}\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} &= \left(\gamma - \alpha_1 \varepsilon - \alpha_2 \frac{\omega_s^2}{\gamma} \right) \varepsilon + D_\varepsilon \frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial x^2} \\ \frac{\partial n}{\partial t} &= S + \frac{\partial}{\partial x} \left[(D_N + D_0 \varepsilon) \frac{\partial n}{\partial x} \right]\end{aligned}\quad (3.29)$$

El cizallamiento viene del gradiente del campo eléctrico radial (Ec. 3.11), lo que involucra la derivada espacial del gradiente de la presión. Para obtener un modelo a dos campos suponemos un perfil de temperatura proporcional al perfil de la densidad. Entonces, salvo una constante que puede considerarse absorbida en α_2 , tenemos:

$$\frac{1}{2} \omega_s \equiv \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{n} \frac{\partial (nT)}{\partial x} \right) = \frac{\partial^2 n}{\partial x^2}$$

y definimos el factor de crecimiento como $\gamma = \gamma_0(x)(-1/n)(\partial n/\partial x)$, al igual que en la Ec. 3.14.

En general se tiene, en las Ecs. 3.29, un sistema de dos ecuaciones, $\partial \varepsilon/\partial t = f_\varepsilon(\varepsilon, \varepsilon', \varepsilon'', n, n', n''; x)$ y $\partial n/\partial t = f_n(\varepsilon, \varepsilon', \varepsilon'', n, n', n''; x)$. Descomponiendo como antes en las soluciones particulares al equilibrio, ε_0 y n_0 , y unas partes perturbadas (magnitudes con tilde) tales que $\tilde{\varepsilon}(x, t = 0)$ y $\tilde{n}(x, t = 0)$ son arbitrariamente pequeñas, la evolución de las perturbaciones en la aproximación lineal puede escribirse formalmente como

$$\begin{aligned}\frac{\partial \tilde{\varepsilon}}{\partial t} &\approx \sum_{j=0}^2 \left[\frac{\partial f_\varepsilon}{\partial \varepsilon^{(j)}} \tilde{\varepsilon}^{(j)} + \frac{\partial f_\varepsilon}{\partial n^{(j)}} \tilde{n}^{(j)} \right] \\ \frac{\partial \tilde{n}}{\partial t} &\approx \sum_{j=0}^2 \left[\frac{\partial f_n}{\partial \varepsilon^{(j)}} \tilde{\varepsilon}^{(j)} + \frac{\partial f_n}{\partial n^{(j)}} \tilde{n}^{(j)} \right]\end{aligned}$$

donde (j) indica el grado de derivación. Del sistema Ecs. 3.29 se obtiene, en particular,

$$\begin{aligned}\frac{\partial \tilde{\varepsilon}}{\partial t} &= \left(\gamma - 2\alpha_1 \varepsilon_0 - \alpha_2 \frac{\omega_s^2}{\gamma} \right) \tilde{\varepsilon} + D_\varepsilon \tilde{\varepsilon}'' - \left(\gamma + \alpha_2 \frac{\omega_s^2}{\gamma} \right) \varepsilon_0 \frac{\tilde{n}}{n_0} \\ &+ \left(-\frac{\gamma_0 n'_0}{n_0} + \alpha_2 \frac{\omega_s^2}{\gamma} \right) \varepsilon_0 \frac{\tilde{n}'}{n'_0} - \frac{2\alpha_2 n''_0}{\gamma} \varepsilon_0 \tilde{n}'' \\ \frac{\partial \tilde{n}}{\partial t} &= D_0 (n''_0 \tilde{\varepsilon} + n'_0 \tilde{\varepsilon}' + \varepsilon'_0 \tilde{n}' + \varepsilon_0 \tilde{n}'')\end{aligned}\quad (3.30)$$

donde se ha usado la condición $D_0 \gg D_N$ para la ecuación de la densidad.

Parte de la dificultad en encontrar la matriz de autovalores es que no es claro, de partida, qué términos pueden despreciarse para simplificar el sistema. Aquí aprovecharemos, en primer lugar, que dos de los términos en las Ecs. 3.30 muestran explícitamente las relaciones \tilde{n}'/n'_0 y \tilde{n}/n_0 . Por otro lado, la variación temporal del nivel de fluctuaciones es órdenes de magnitud más rápida que la de la magnitud puramente difusiva (en este caso la densidad). Aunque esto no debe ser necesariamente cierto para la evolución de \tilde{n} con respecto a $\tilde{\varepsilon}$, subordinaremos las perturbaciones de la densidad a las del nivel de fluctuaciones. Estas suposiciones reducen el sistema a

$$\frac{\partial \tilde{\varepsilon}}{\partial t} = \left(\gamma - 2\alpha_1 \varepsilon_0 - \alpha_2 \frac{\omega_s^2}{\gamma} \right) \tilde{\varepsilon} + D_\varepsilon \tilde{\varepsilon}'' - \frac{2\alpha_2 n'_0 \varepsilon_0}{\gamma} \tilde{n}''$$

donde

$$\tilde{n}'' \approx -\frac{1}{\varepsilon_0} (n''_0 \tilde{\varepsilon} + n'_0 \tilde{\varepsilon}')$$

Aquí se ha llegado a una ecuación diferencial lineal de la forma

$$\frac{\partial \tilde{\varepsilon}}{\partial t} = b \tilde{\varepsilon} + c \tilde{\varepsilon}' + D_\varepsilon \tilde{\varepsilon}'' \quad (3.31)$$

con los coeficientes locales

$$b = \gamma - 2\alpha_1 \varepsilon_0 + \alpha_2 \frac{\omega_s^2}{\gamma} \quad (3.32)$$

$$c = -\frac{2\alpha_2 n'_0 n''_0}{\gamma} = -2\rho^{1/2} \sqrt{\alpha_2} n'_0 \quad (3.33)$$

A partir de aquí buscaremos soluciones a la ecuación 3.31 en la forma $\tilde{\varepsilon} \propto e^{\varsigma t} f(x - vt)$, i.e., soluciones de propagación con velocidad real v y posible crecimiento exponencial ς . Si imponemos $\tilde{\varepsilon} = e^{\varsigma t} e^{ik(x-vt)}$ se obtiene que la velocidad de propagación debe ser

$$v = -c \quad (3.34)$$

para obtener soluciones con una tasa de crecimiento $\varsigma = b - k^2 D_\varepsilon$. El interés se encuentra en las soluciones reales crecientes ($\varsigma > 0$), es decir, aquéllas para las que

$$b > k^2 D_\varepsilon \quad (3.35)$$

Obsérvese que, según las Ecs. 3.33 y 3.34, el sentido de la propagación coincide con el signo de n'_0 , o sea, de la curvatura del perfil de la densidad (presión) sin perturbar. La solución obtenida para las perturbaciones es, entonces, una combinación lineal de modos

$$\tilde{\varepsilon} \sim e^{\varsigma t} e^{\pm i|k|(x-vt)}$$

El valor de ς está limitado por el valor de $k^2 D_\varepsilon$. Sin embargo, para cualquier $b > 0$ son posibles las soluciones exponencialmente crecientes si k es suficientemente pequeño, de donde la condición crítica para que pueda darse este tipo de solución oscilatoria es $b = 0$, que por la Ec. 3.32 puede traducirse inmediatamente a la siguiente condición para ϱ :

$$\varrho = \frac{2\alpha_1\varepsilon}{\gamma} - 1 \quad (3.36)$$

Aproximando ε por la Ec. 3.27 resulta $\varrho = 1/3$. Obsérvese que, en el modo L lejos de la transición, $\varepsilon \approx \gamma/\alpha_1$ y la razón crítica para tener una solución oscilatoria es la condición de transición, $\varrho = 1$. Por lo tanto, la posibilidad de que se den oscilaciones en modo L ($\varrho < 1$) parece estar ligada a la condición $\varepsilon < \gamma/\alpha_1$.

Un resultado esperable es que las mínimas longitudes de onda permitidas aumentan con el coeficiente de difusión,

$$k > \sqrt{\frac{b}{D_\varepsilon}} \quad (3.37)$$

Según la condición $\varsigma = b - k^2 D_\varepsilon$, los modos que crecen más rápido para un valor de b dado son los de mayor longitud de onda. No obstante, k depende de la condición inicial para la perturbación. En el caso del cálculo numérico, el valor de k estará limitado por la malla espacial usada para integrar las ecuaciones o por la difusión D_ε si ésta es suficientemente grande (Ec. 3.37). Una vez que se hayan iniciado localmente este tipo de soluciones, su crecimiento vendrá limitado por el término de saturación en la evolución del nivel de fluctuaciones y su dinámica vendrá gobernada por el sistema no lineal. En tal caso, las perturbaciones podrían desarrollarse como ondas de longitud $\sim D_\varepsilon/v \sim D_\varepsilon/L$ (Ec. 3.33), donde L es la longitud de escala asociada al gradiente n'_0 . En el capítulo 4 se estudian numéricamente estas facetas.

3.2.4. Dinámica de la barrera en el modelo a dos campos. Estudio numérico

Para terminar este capítulo expondremos un estudio numérico del sistema, Ec. 3.29, en geometría cilíndrica con el que corroborar los resultados del estudio analítico. Allí se ha indicado que existe un mecanismo de retroalimentación responsable del fenómeno de la transición. El nivel de turbulencia local cae cuando la potencia (asociada ahora a la fuente S) depositada al interior de la posición de inversión de la cizalla magnética, q_{min} , es capaz de forzar un gradiente de la presión tal que E'_r excede el valor necesario para la transición. Entonces el gradiente local aumenta aún más, dando lugar a una retroalimentación positiva. La transición se detendrá justo fuera de q_{min} , que es donde el gradiente se aplana otra vez y donde, además, γ_0 (i.e., la tasa de crecimiento) vuelve a adoptar valores grandes. El criterio local de transición en el modelo mínimo es la Ec. 3.22, la

cual contiene las facetas cualitativas fundamentales del modelo de transición. Esta condición crítica, puesta en la forma

$$S_I(r) = \frac{\gamma_0^3(r) D_0}{4\alpha_1\alpha_2}$$

puede verse como la definición de un flujo crítico de partículas, de energía o ambas, a través de la superficie de flujo local etiquetada ahora por la coordenada radial r . Dicho flujo, que en estado estacionario es equivalente a la tasa de deposición de partículas o energía dentro de la superficie, aumenta con la tasa de crecimiento de las inestabilidades (a través de γ_0). Por lo tanto, los perfiles de deposición de partículas, energía y momento en relación al perfil de la tasa de crecimiento lineal, son importantes tanto para decidir el umbral de la transición como la posición de la barrera de transporte. En la Fig. 3.6 se representan los perfiles del criterio de existencia de soluciones en modo L, obtenido como $4\alpha_1\alpha_2 S_I / D_0 \gamma_0^3$ de la Ec. 3.22 (líneas discontinuas), y del nivel de fluctuaciones (líneas continuas) para dos casos. Cuando el criterio es mayor que la unidad, la solución en modo L deja de ser válida. En uno de los casos (negro) el criterio se cumple en todo el recorrido y el sistema se encuentra en modo L. En el otro caso (rojo) el criterio deja de cumplirse localmente, lo que conlleva la desestabilización del sistema al dispararse el mecanismo de la transición. Obsérvese también que existen varias rutas hacia el punto de bifurcación. Además de la potencia de las fuentes externas, la modificación de la tasa de crecimiento local puede tener el mismo efecto puesto que el sistema alcanza la transición, fijadas las fuentes, para un valor crítico de γ_0 . En el ámbito del modelo, ésta es la explicación del beneficio de operar en regímenes RS.

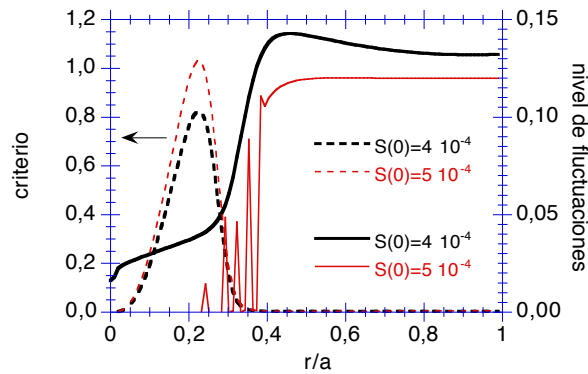


Figura 3.6: Solución numérica al sistema de Ecs. 3.29, en geometría cilíndrica, para un caso subcrítico (negro) y otro supercrítico (rojo). El umbral para obtener la transición se ha sobrepasado aumentando la intensidad de la fuente. La posición de q_{min} es $r = 0,35a$.

A causa del mecanismo de retroalimentación, una vez que la transición se ha iniciado localmente, el proceso continúa extendiéndose a otras posiciones vecinas. Aunque la condición supercrítica (favorable a la transición) se dé sobre una región finita, la transición no puede darse a la vez en todas las posiciones radiales correspondientes. El motivo es que el flujo se reduce temporalmente al exterior del primer punto en que se reducen las fluctuaciones (el transporte anómalo), dando lugar a un avance progresivo de la región de transición. Este efecto se ilustra en la Fig. 3.7a, que muestra los perfiles del nivel de fluctuaciones a varios tiempos tras excederse la potencia crítica. La transición se inicia generalmente en la posición radial en que la tasa de crecimiento empieza a aumentar (el entorno de q_{min}), que es donde se producen los mayores gradientes de la presión y, por consiguiente, donde E'_r es mayor. El motivo es el confinamiento mejorado en la región de cizalla magnética inversa, localizada al interior de q_{min} . El punto de iniciación de la transición puede verse modificado, entonces, por la modificación de la corriente del plasma como se discutirá en el modelo más completo del capítulo 5.

La transición se propaga hacia afuera hasta que cesa la retroalimentación, y hacia adentro hasta que S_I es demasiado pequeña. La Fig. 3.7b muestra los perfiles de n (que simboliza la presión) correspondientes a la Fig. 3.7a. Puesto que el único transporte residual es el neoclásico, los perfiles de la presión crecen y su región de gradientes elevados se desplaza hacia fuera conforme se mueve el pie de la barrera. Cuando el frente de la transición alcanza la región de aumento de γ_0 (o, equivalentemente, de aumento de γ), la distancia de penetración depende de dos factores: La potencia depositada dentro de q_{min} y la inclinación de γ_0 en esa región. La Figura 3.8 muestra los perfiles del nivel de fluctuaciones correspondientes a un perfil de γ_0 ancho (caso (a)) y otro estrecho (caso (b)). La altura alcanzada por γ_0 es la misma en ambos casos, y sólo cambia la anchura de la región que conecta la tasa alta de crecimiento de las fluctuaciones con la baja. En el caso de la región ancha, el pie de la barrera es capaz de propagarse más hacia el exterior. La dependencia de la posición final del pie de la barrera con la potencia se ilustra en la Fig. 3.9, que muestra que la barrera se mueve hacia fuera conforme la potencia inyectada al sistema aumenta con respecto a la potencia crítica.

Otra faceta importante de este sistema con respecto a la transición es la histéresis en la potencia inyectada. La gran diferencia entre el umbral de potencia de la transición directa (modo L-RS hacia modo ERS) y la transición inversa (modo ERS hacia modo L-RS) ha sido observada experimentalmente [Synakowski et al. (1997)] (Ref. [78]) y puede entenderse fácilmente en el marco del presente modelo. La Fig. 3.10 muestra el efecto de histéresis en las señales temporales del nivel de fluctuaciones y de la presión en varias posiciones radiales. En el tiempo $t=4\cdot 10^4$ (unidades arbitrarias), el valor de S_I se aumenta desde $S_I = 0,5S_{Icritico}$ hasta $S_I = 2S_{Icritico}$. En las distintas señales de ε puede observarse que la transición se mueve hacia fuera. Las fluctuaciones se extinguen secuencialmente y la presión aumenta notablemente. Cuando $t=8\cdot 10^4$ la fuente se devuelve a su valor pretransición original. Sin embargo, la transición inversa sólo se da en la señal correspondiente a la posición más exterior. Más adentro, los niveles de fluctuaciones

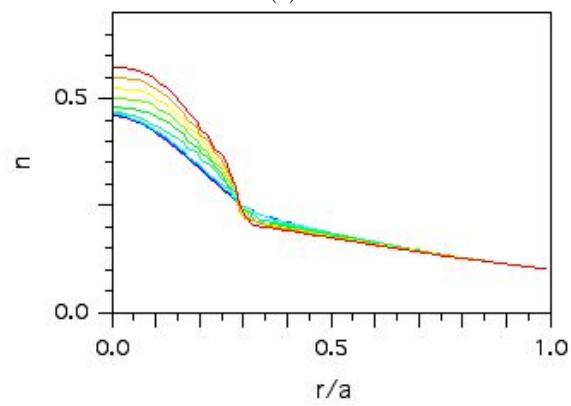
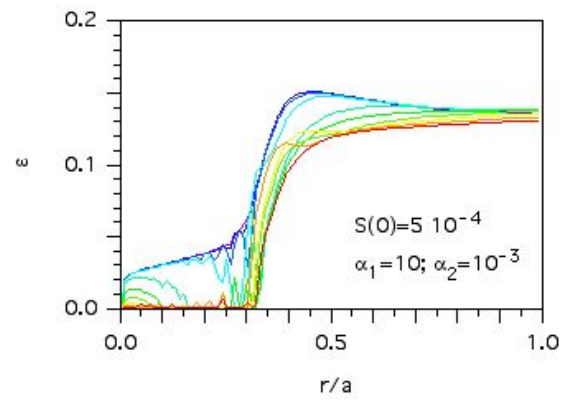


Figura 3.7: Evolución del nivel de fluctuaciones (a) y de la densidad (b) durante el proceso de la transición.

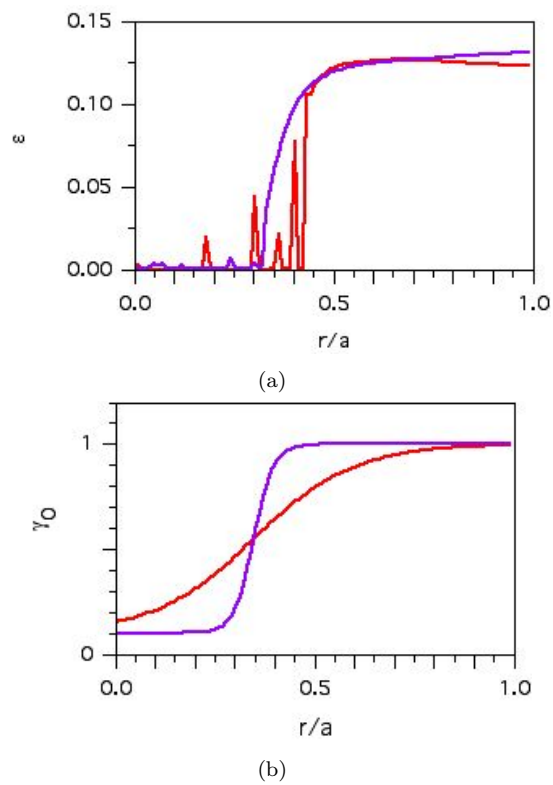


Figura 3.8: Perfiles del nivel de fluctuaciones tras la transición (a) correspondientes a las mismas condiciones excepto la inclinación de γ_0 (b). La barrera se extiende más a menor inclinación de γ_0 .

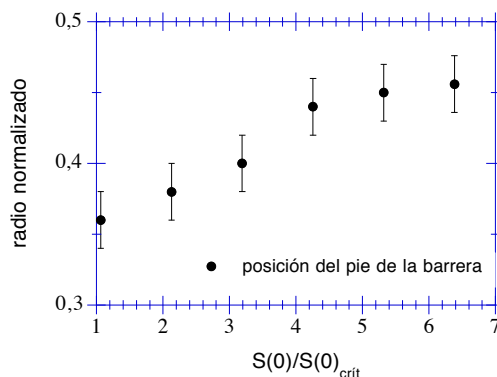


Figura 3.9: Posición del pie de la barrera de transporte para distintos valores de la potencia inyectada al sistema con respecto a la potencia crítica. El error se debe a la presencia de fenómenos oscilatorios en la región de la barrera.

se mantienen nulos y la presión disminuye debido a la disminución de la intensidad de la fuente, pero se estabiliza en valores unas dos veces mayores a los valores correspondientes pretransición. La explicación es que el verdadero parámetro de control, indirectamente manipulado a través de la fuente externa, es el gradiente mismo porque es la magnitud que determina E_r . Debido a que, en estado estacionario, el flujo Γ de energía (partículas) a través de una superficie es igual a la potencia (partículas) depositada en su interior, con una difusividad dada (v.g. $D_n = \gamma/\nabla n$), podemos ver que para mantener un gradiente $\nabla n_{critico} = \Gamma/D_n$ antes de la transición con una difusividad pre-transición (grande porque incluye la componente anómala) hace falta un flujo grande (i.e., un valor alto de la fuente). Tras la transición, en cambio, la difusividad es neoclásica y el flujo, o valor de la fuente, necesario para mantener el mismo gradiente es mucho menor. A partir de este argumento se obtiene el resultado cualitativo de que la relación entre las potencias críticas para la transición directa, $S_I \uparrow$, e inversa, $S_I \downarrow$, está relacionada con $D_{anormalo}/D_{neoclasico}$. El ciclo de histéresis puede visualizarse con ayuda de una curva de bifurcación de forma ondulada (ver Fig. 3.2), en que la transición directa se da a la potencia correspondiente al máximo local de la curva, mientras que la transición inversa se da en el mínimo local.

Por último, la Fig. 3.11 ilustra el hecho de que existen estados inestables con respecto a la aparición de soluciones oscilatorias en el sistema. El caso correspondiente a $S_0 = 4 \cdot 10^{-4}$ (unidades arbitrarias) se encuentra en equilibrio estático. Cuando la razón definida por la Ec. 3.26 alcanza un máximo local por encima de un umbral ($\approx 0,2$ en estos cálculos) aparece un nuevo tipo de equilibrio dinámico caracterizado por la presencia de oscilaciones en torno a la región donde dicha razón toma valores apreciables, a pesar de que la condición crítica para la

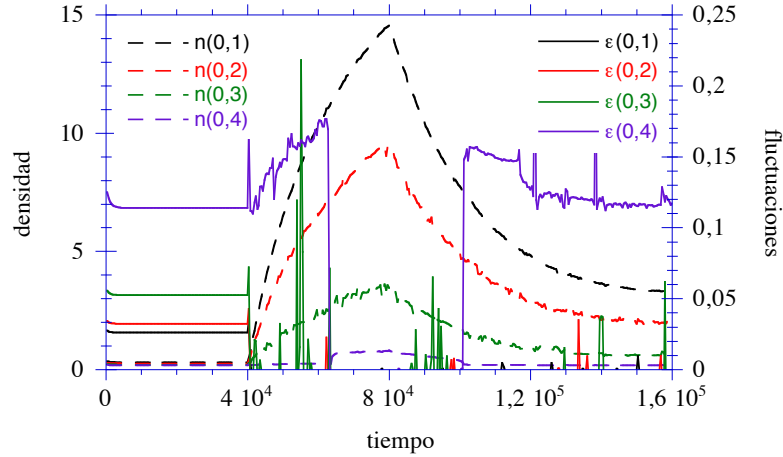


Figura 3.10: Ciclo de histéresis en las señales del nivel de fluctuaciones (líneas continuas) y de la presión, representada por la densidad (líneas discontinuas). La potencia de la fuente aumenta desde $S_I = 0,5S_{Icritico}$ hasta $S_I = 2S_{Icritico}$ cuando $t=4 \cdot 10^4$, volviendo al valor inicial $S_I = 0,5S_{Icritico}$ cuando $t=8 \cdot 10^4$.

transición no llega a darse todavía.

En resumen, el modelo predice que (i) existe una potencia umbral, o una condición crítica para la transición entre modos de confinamiento caracterizados por niveles altos y bajos, o nulos, del transporte anómalo; (ii) existen soluciones mixtas, para las que se da una región en que las fluctuaciones están efectivamente suprimidas; (iii) el sistema presenta histéresis; y (iv) pueden darse fenómenos oscilatorios en equilibrio dinámico cuando el sistema se encuentra próximo a la condición crítica. Todas estas facetas son consecuencia de la evolución del nivel de fluctuaciones, ε , y de su acople a un campo difusivo en el que el transporte depende del propio ε . Otros detalles deben corresponder a las características del sistema de ecuaciones de transporte al que se acople la evolución de ε . La utilidad del estudio analítico y su cotejo con una realización del modelo en un sistema mínimo de transporte es que permitirá, en próximos capítulos, distinguir la dinámica propia de la transición de otros efectos relacionados con la evolución de las distintas variables del modelo de transporte.

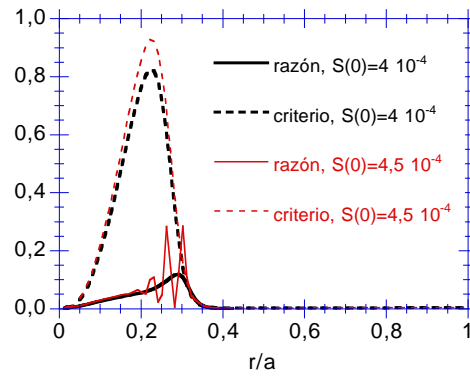


Figura 3.11: Funciones adimensionales de la razón entre la tasa de crecimiento lineal y la tasa de supresión de las fluctuaciones, Ec. 3.26 (líneas continuas), y del criterio de existencia de solución en modo L, Ec. 3.22 (líneas discontinuas), correspondientes a intensidades de la fuente ligeramente por encima (rojo) y por debajo (negro) de la condición crítica para la aparición de oscilaciones.

Capítulo 4

Modelo básico de transición/transporte

4.1. Sistema de ecuaciones

Un modelo de transición/transporte debe ser capaz de predecir las dependencias principales del umbral de la transición. Para describir descargas experimentales de un tokamak hay que incluir efectos geométricos y condiciones de contorno que originan un espacio de parámetros demasiado grande. La modelización de dichas descargas en modo L es ya, de por sí, un tema muy complejo. La inclusión de la dinámica de la transición añade un nuevo elemento de complejidad debido al acoplo no lineal de los perfiles termodinámicos a la evolución de las fluctuaciones, las cuales afectan nuevamente a los perfiles a través del transporte anómalo. Por esto es por lo que primero resolveremos la ecuación completa para la evolución de las fluctuaciones (Ec. 3.5), pero acoplada a un modelo de transporte al que sólo exigiremos que describa razonablemente bien el equilibrio del plasma en el tokamak TFTR. La elección de TFTR se basa en la simplicidad de su geometría (sección transversal circular) y en la posibilidad de comparar con descargas en que el momento toroidal, a consecuencia de usar haces de NBI equilibrados, permite ignorar la contribución de V_{ξ} al campo eléctrico radial, Ec. 3.11. De esta manera estaremos en disposición de obtener resultados dimensionales con el modelo, más directamente contejables con la física del tokamak.

Además de la evolución de la densidad electrónica (igual a la densidad iónica, debido a la condición de cuasi-neutralidad del plasma), el modelo de transporte ahora incluye ecuaciones para la evolución de las presiones electrónica e iónica en geometría cilíndrica:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial n}{\partial t} &= \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r D_n \frac{\partial n}{\partial r} \right) + S_{NBI} + S_{bg} \\
\frac{3}{2} \frac{\partial}{\partial t} (n T_e) &= \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \chi_e n \frac{\partial T_e}{\partial r} + \frac{5}{2} r D_n T_e \frac{\partial n}{\partial r} \right) + D_n \frac{1}{n} \frac{\partial n}{\partial r} \frac{\partial (n T_i)}{\partial r} - P_{ei} + P_{ohm} + P_{NBIe} \\
\frac{3}{2} \frac{\partial}{\partial t} (n T_i) &= \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \chi_i n \frac{\partial T_i}{\partial r} + \frac{5}{2} r D_n T_i \frac{\partial n}{\partial r} \right) - D_n \frac{1}{n} \frac{\partial n}{\partial r} \frac{\partial (n T_i)}{\partial r} + P_{ei} + P_{NBIi}
\end{aligned} \tag{4.1}$$

Las fuentes externas de partículas y calor proceden de la inyección de haces de neutros (NBI) y se modelan presuponiendo un perfil de deposición gaussiano centrado en el eje magnético ($r=0$),

$$S = G_i S_0 e^{-r^2/W_S^2} \tag{4.2}$$

donde G_i es la fracción de iones del haz absorbidos en el plasma, S_0 es la intensidad de la fuente y W_S parametriza la anchura media del perfil de deposición. En el caso de las fuentes de calor por NBI, la amplitud de la fuente se modifica apropiadamente para tener en cuenta la fracción de la energía absorbida por los canales electrónico e iónico:

$$\begin{aligned}
P_{NBIe} &= S E_0 (1 - k_i) \\
P_{NBIi} &= S E_0 k_i
\end{aligned} \tag{4.3}$$

donde k_i es la fracción de calentamiento iónico [Callen et al. (1975)]. El parámetro de control de la fuente de NBI es la potencia total del haz, $P_{NBI} = \int dV S E_0 / G_i$, donde dV es el elemento de volumen del plasma. Puesto que se han simulado descargas de TFTR, la energía de las partículas de NBI se ha fijado en $E_0=110$ keV. El resto de las fuentes/sumideros de calor (véase, p.ej., [Dnevstrovskii y Kostomarov (1986)]) son el calentamiento óhmico

$$P_{ohm} = S_1 \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{r^2}{q} \right) \right]^2 \left(24 - \ln \frac{\sqrt{n}}{T_e} \right) T_e^{-3/2}$$

donde se ha utilizado la conductividad eléctrica clásica ($\sim \ln \Lambda T_e^{3/2}$), se ha desarrollado el logaritmo de Coulomb, $\ln \Lambda$, la corriente del plasma es proporcional a la componente toroidal del rotacional del campo magnético, $1/r (\partial/\partial r) (r B_\theta) \approx B/r (\partial/\partial r) (r^2/q)$ y S_1 incluye todos los factores constantes; y la transferencia de calor por procesos colisionales entre los fluidos electrónico e iónico

$$P_{ei} = 3 \frac{m_e}{m_i} \frac{n_i}{\tau_e} (T_e - T_i)$$

donde el tiempo de colisión electrónico es $\tau_e \propto T_e^{3/2} / n \ln \Lambda$.

El término S_{bg} en la primera de las Ecs. 4.1 es una fuente adicional de partículas, de perfil gaussiano pero centrada en el borde del plasma, $r = a$, para simular el control de la densidad a través del bombeo de gas desde la pared del tokamak. La anchura a media altura del perfil de esta fuente se ha fijado en $0,3a$ en todos los cálculos y sólo se ha variado su intensidad. La figura 4.1 muestra los perfiles en equilibrio de la densidad y la temperatura obtenidos con una potencia de calentamiento de 6 MW usando este modelo de transporte.

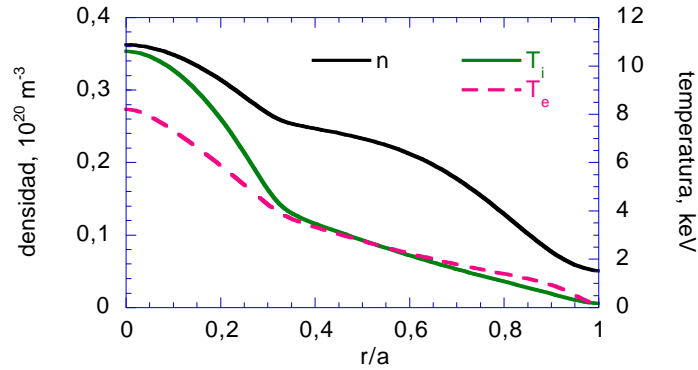


Figura 4.1: Perfiles en equilibrio de la densidad y de las temperaturas electrónica e iónica, calculados en una simulación de descarga de TFTR en modo RS con los parámetros: Potencia de NBI inyectada, $P_{NBI}=6$ MW; potencia óhmica, $P_{ohm}=0,56$ MW; intensidad de bombeo de gas desde la pared, $S_{bg}(0)=0,014 \cdot 10^{20} \text{ m}^{-3} \text{ s}^{-1}$; campo magnético toroidal, $B=4,76$ T; anchura de deposición, $W_S=0,2a$; valor de q en el borde, $q_a=7$; intensidad de corriente del plasma $I_p=1$ MA.

Los coeficientes de transporte presentan, como se ha explicado en la sección 2.3, una contribución neoclásica y otra anómala. Se van a simular descargas dominadas por el transporte turbulento, de manera que tomaremos niveles de transporte neoclásico constantes, $D_n^{NEO} = \chi_i^{NEO} = \chi_e^{NEO} \sim 0,01 \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$, para dejar un transporte remanente en el posludio de la transición, cuando el transporte anómalo ha sido localmente eliminado. Éste consta, a su vez, de dos partes. El transporte en la zona de confinamiento viene dado por el modelo η_i según las expresiones Ecs. 3.9 y 3.10. Todas las dependencias dadas en la sección 2.3 proceden de una prescripción por longitud de mezclado y, en consecuencia, existen factores multiplicativos (del orden de la unidad) que deberán tenerse en cuenta para obtener igualdades. Estos factores son parámetros libres del modelo. En particular, tomaremos las expresiones para la tasa de crecimiento lineal y para la longitud de correlación de la turbulencia, Ecs. 3.6 y 3.7, como exactas (en cuyo caso la magnitud de ε es irrelevante) aplicando al transporte (Ecs. 3.9 y 3.10) coeficientes correctores D_{0a} , χ_{0ea} y χ_{0ia} para asemejar los perfiles experimentales.

Para contemplar la posibilidad de una transición en el borde del plasma serían necesarias expresiones dependientes también de ε y válidas en toda la sección del plasma. Puesto que el interés aquí es el modelado de barreras internas, bastará con una fórmula independiente de ε válida en la parte externa del plasma y que, complementando a las expresiones Ecs. 3.9 y 3.10, describa el transporte anómalo en todo el radio menor del tokamak. El modelo adoptado se ha introducido en la sección 2.3 y, como allí se menciona, es importante sólo en la periferia. Para evitar un solapamiento del transporte en la zona de confinamiento, la Ec. 2.17 se ha modificado a través de una función de forma parabólica, D_a^{RB} , para que, efectivamente, los modos por gradiente de la temperatura iónica dominen en el núcleo y los modos por inestabilidades de hinchamiento dominen en el borde.

En resumen, los coeficientes de transporte en este modelo vienen dados por las expresiones

$$\begin{aligned} D_n &= D_n^{NEO} + D_{0a}D_0\varepsilon^2 + D_n^{RB} \\ \chi_e &= \chi_e^{NEO} + \chi_{0ea}\chi_{0e}\varepsilon^2 + \chi_e^{RB} \\ \chi_i &= \chi_i^{NEO} + \chi_{0ia}\chi_{0i}\varepsilon^2 + \chi_i^{RB} \end{aligned} \quad (4.4)$$

donde (ver sección 2.3)

$$\begin{aligned} D_0 = \chi_{0e} &= \left(\frac{a}{R}\right)^{3/2} \frac{(k_\theta \rho_s)^2 c_s^2}{\nu_e} \\ \chi_{0i} &= (k_\theta \rho_s) c_s R_0^{1/2} \left(\frac{1}{L_{T_i}} + \frac{1}{L_n}\right)^{-1/2} \tau^{1/2} \\ D_n^{RB} = \chi_e^{RB} = \chi_i^{RB} &= D_a^{RB} q_a^2 \frac{T_e}{B^2} Z_{ef} \nu_{ei} R_0 \left(\frac{1}{L_n} + \frac{1}{L_{T_i}}\right) \end{aligned} \quad (4.5)$$

La Fig. 4.2 muestra los perfiles de χ_e y χ_i para el caso de la Fig. 4.1. Aquí se han tomado los coeficientes $D_{0a}=0,5$; $\chi_{0ea}=1,5$ y $\chi_{0ia}=1,5$ debido a que dan perfiles de la presión y la densidad en buen acuerdo con TFTR (ver Apéndice B).

El sistema de ecuaciones de evolución 4.1 se cierra con la ecuación de evolución del nivel de fluctuaciones (Ec. 3.5 en geometría cilíndrica),

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} = \left(\gamma - \alpha_1 \varepsilon - \alpha_2 \frac{\omega_s^2}{\gamma} \right) \varepsilon + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r D_\varepsilon \frac{\partial \varepsilon}{\partial r} \right) \quad (4.6)$$

donde la tasa de crecimiento lineal γ y el coeficiente de saturación α_1 se han descrito en la subsección 3.1.2. El coeficiente de difusión D_ε se ha tomado, en la mayoría de los cálculos, igual a la difusividad de las partículas (Ec. 4.4). Los parámetros en este modelo corresponden a descargas con cizalla magnética inversa (RS) en el tokamak TFTR, para lo cual se han definido *ad hoc* los perfiles de la modulación de la tasa de crecimiento lineal, γ_0 , y del factor de seguridad, q ,

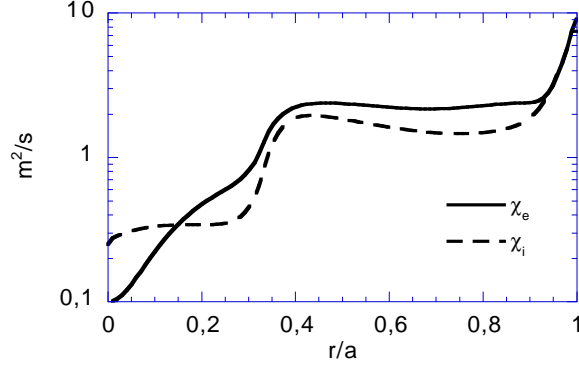


Figura 4.2: Perfiles de los coeficientes de transporte (conductividades térmicas electrónica e iónica), según las Ecs. 4.4, correspondientes al equilibrio de la Fig. 4.1. El tiempo de confinamiento de la energía resultante es $\tau_E=0,22$ s.

representados en la Fig. 4.3. El criterio seguido ha sido tomar un perfil de q semejante a los encontrados experimentalmente en descargas RS de TFTR (e.g. [Mazzucato *et al.* (1996)]), y un γ_0 que imponga una reducción de la tasa de crecimiento de las fluctuaciones a partir de la posición de inversión de la cizalla magnética, $r_s = 0,35a$, compatible con la teoría. Obsérvese que el mínimo de q (en $r = r_s$) se ha hecho coincidir con la región de máxima caída en γ_0 . Finalmente, la tasa de cizallamiento en la Ec. 4.6 es, de acuerdo con la Ec. 3.4,

$$\omega_s = \frac{r}{q} \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{qE_r}{rB} \right) \quad (4.7)$$

donde E_r viene dado por la Ec. 3.11 sin la contribución de los flujos de velocidad. De esta manera, el presente modelo de transición/transporte ha sido usado para estudiar la dinámica de la transición relacionada con la contribución diamagnética al campo eléctrico radial. Algunos efectos no incluidos en este modelo son la evolución de: El perfil de deposición de las fuentes de energía y partículas, la geometría magnética, la corriente del plasma, el momento toroidal y el momento poloidal. Estos efectos se dejan para la ampliación del modelo de transporte expuesta en el capítulo 5. Los perfiles de ε , E_r , γ y ω_s correspondientes al cálculo de la Fig. 4.1 se muestran en la Fig. 4.4. Obsérvese que se trata de una solución de bajo confinamiento, aunque en modo RS, porque, en todo el recorrido, $\alpha_2\omega_s^2 < \gamma^2$ y el nivel de fluctuaciones es no nulo.

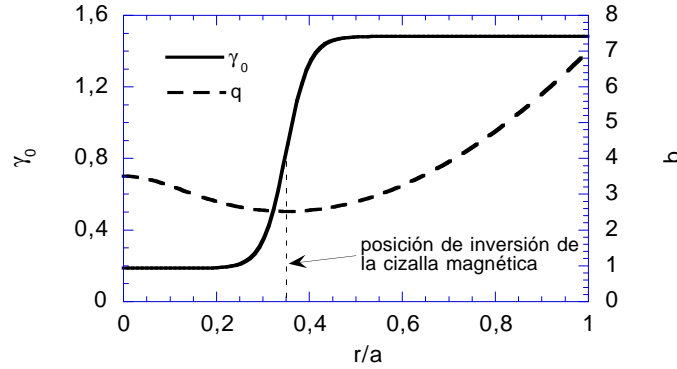


Figura 4.3: Perfiles típicos de γ_0 y del factor de seguridad usados en el sistema Ecs. 4.1. La máxima pendiente de γ_0 se hace coincidir con la posición de inversión de la cizalla magnética.

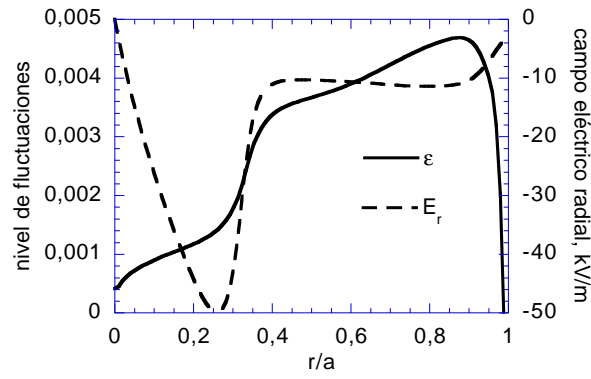
4.2. Características de la transición

En el modo L de confinamiento, con o sin cizalla magnética inversa, el sistema evoluciona en la escala de tiempos del transporte y la resolución numérica espacial y temporal no es un problema. En cambio, en las proximidades de la transición el sistema evoluciona en la escala de tiempos del crecimiento lineal de las fluctuaciones, γ^{-1} , que es varios órdenes de magnitud más rápida que la escala del transporte (compárese el tiempo de confinamiento en la Fig. 4.2 con el inverso de las tasas de la Fig. 4.4b), y el tema de la resolución espaciotemporal debe tenerse en cuenta. En particular, el sistema de transición/transporte dado por las Ecs. 4.1 y 4.6 presenta una fuerte actividad oscilatoria, comentada analíticamente en el capítulo 3, a cuyo estudio numérico en esta realización del modelo se dedica la sección 4.4. De momento nos centraremos en verificar las facetas esperables a partir de los resultados obtenidos con el modelo a dos campos del capítulo 3, esto es:

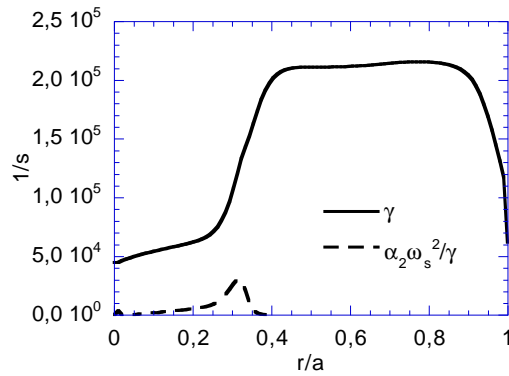
(i) Existen dos tipos de solución local: el nivel de fluctuaciones ε es, o no, nulo. La solución en modo RS (modo L con cizalla magnética inversa) se caracteriza por un nivel de transporte anómalo alto en toda la sección del plasma. En la solución en modo de alto confinamiento (ERS) existen regiones finitas en que $\varepsilon=0$ (barrera de transporte) y el transporte remanente es neoclásico.

(ii) Existe una potencia inyectada umbral, P_u , que separa ambas soluciones (ahora modos de confinamiento) en el espacio de parámetros. Varias magnitudes locales e integrales cambian discontinuamente al sobrepasarse P_u (e.g. el gradiente local, el tiempo de confinamiento de la energía, etc.).

(iii) El sistema presenta histéresis, con umbrales de la potencia inyectada



(a)



(b)

Figura 4.4: (a) Perfiles en equilibrio de la envolvente del nivel de fluctuaciones (línea continua) y del campo eléctrico radial (línea discontinua) correspondientes al cálculo de la Fig. 4.1. (b) Perfiles de las tasas de crecimiento y descorrelación de la turbulencia para el mismo cálculo.

al sistema mayores para la transición directa, $RS \rightarrow ERS$, que para la inversa, $ERS \rightarrow RS$.

(iv) Se produce un ensanchamiento de la barrera a partir de donde se da localmente la condición crítica.

Estos aspectos se ilustran a continuación con soluciones numéricas al sistema dado por las Ecs. 4.1 y 4.6.

Por tratarse de un sistema altamente no lineal, el umbral P_u es bastante sensible a los parámetros del problema. El parámetro libre más decisivo en este sentido es el coeficiente de supresión α_2 , que resulta ser el más incierto dada la confluencia en él de factores geométricos y del cociente entre las longitudes de correlación poloidal y toroidal (ver la subsección 3.1.2). Una estimación *grosso modo* de α_2 para TFTR da $0,01 < \alpha_2 < 0,50$. Recuérdese, además, que el modelo simplificado del capítulo 3 daba una dependencia de la potencia umbral proporcional al inverso de α_2 . La dependencia de P_u es algo más fuerte ahora (Fig. 4.5). El cálculo de las Figs. 4.1-4.4 se ha realizado con $\alpha_2=0,1$, valor típicamente usado con el presente modelo.

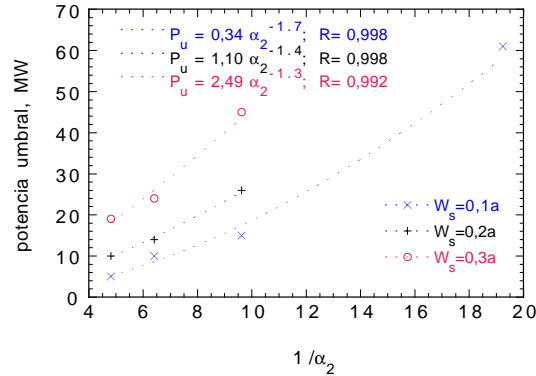


Figura 4.5: Dependencia de la potencia umbral para la transición RS-ERS con el parámetro de supresión para distintas anchuras del perfil de deposición de NBI.

El umbral P_u se puede calcular subiendo escalonadamente P_{NBI} y llevando el sistema cada vez hasta el equilibrio, o aumentando progresivamente P_{NBI} con una tasa de aumento lenta comparada con el inverso del tiempo de confinamiento de la energía. La anchura del perfil de deposición se ha mantenido constante en el valor $W_S=0,2a$. La figura 4.6 muestra la evolución del tiempo de confinamiento de la energía conforme se aumenta la potencia inyectada al sistema, de donde se obtiene una primera estimación, $P_u=28,8$ MW. El cambio en el confinamiento también se puede apreciar en la densidad de línea, o valor promedio de la densidad a lo largo del diámetro de la sección del plasma. Los valores pre-transición del tiempo de confinamiento pueden considerarse próximos a los valores de equi-

librio. El modelo reproduce los tiempos de reestabilización de τ_E (en torno a 300 ms) encontrados en TFTR [Levington et al. (1995)]. Tras la transición se observa la misma tendencia a la disminución del confinamiento con la potencia pero a un nivel mayor del confinamiento (típicamente por un factor ≈ 2 , de acuerdo con las observaciones experimentales). La Figura 4.7 muestra la reducción de los coeficientes de transporte en la posición $r=0,35a$ (Fig. 4.3) que ha dado lugar al aumento del tiempo de confinamiento. Una vez obtenida una estimación de P_u , se ha llevado el sistema hasta el equilibrio correspondiente a $P_{NBI}=27$ MW (pre-transición) y a $P_{NBI}=28$ MW, que ha resultado ser el umbral de la transición. En la Fig. 4.8 se muestran los perfiles de la presión y del nivel de fluctuaciones correspondientes al equilibrio para estos dos casos, donde se observa claramente cómo la presión se ha acumulado en el interior de la barrera de transporte y cómo el pie de ésta se ha detenido en torno a la posición r_s . Si el sistema se deja evolucionar hasta el estado estacionario sin la presencia de otro evento de transporte a gran escala (p.ej. algún tipo de interrupción por inestabilidades MHD), la eficiente acumulación de partículas y calor puede dar lugar a un aumento muy grande de la densidad y la temperatura. De hecho, los gradientes de la presión correspondientes a este cálculo son inestables a los modos de hinchamiento ideales utilizando el criterio de [Pogutse y Yurchenko (1979)]. Efectivamente, las descargas de TFTR con transición RS-ERS pueden acabar, si no se disminuye de algún modo la presión (p.ej. reduciendo considerablemente la potencia en el post-transitorio), con una interrupción que termine con el confinamiento al sobrepasarse el límite de β .

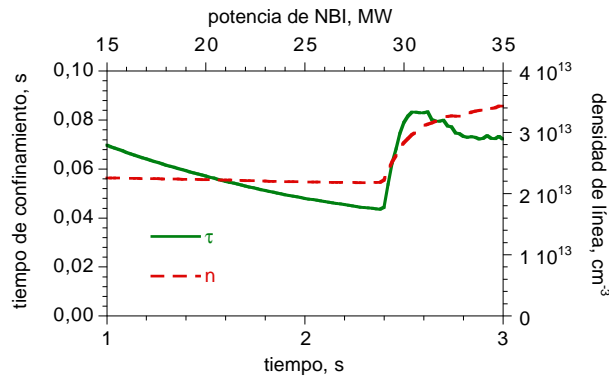


Figura 4.6: Evolución del tiempo de confinamiento de la energía (línea continua) y de la densidad de línea (discontinua) conforme se aumenta la potencia inyectada al sistema. Cuando se alcanza $P_{NBI} = 28,8$ MW ($t=2,4$ s) se produce la transición al modo ERS.

Los ingredientes clave para la transición RS-ERS son una baja tasa local de crecimiento de las inestabilidades y unos gradientes pronunciados de la tempera-

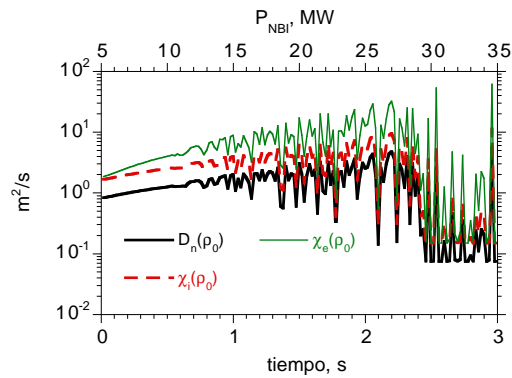


Figura 4.7: Señales temporales de los coeficientes de transporte en la región de inversión de la cizalla magnética para el caso de la Fig. 4.6.

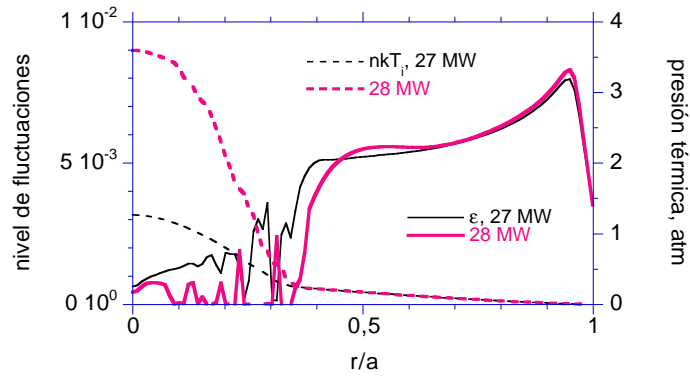


Figura 4.8: Perfiles de la presión termodinámica (líneas discontinuas) y del nivel de fluctuaciones (continuas) en equilibrio para valores justo por debajo y por encima del umbral de potencia de la transición ($27 \text{ MW} < P_u < 28 \text{ MW}$).

tura o de la densidad (lo que normalmente requiere perfiles de deposición muy localizados), es decir, gradientes pronunciados de la presión. Estos elementos se favorecen a través de un perfil de q apropiado. Dicho de otro modo, todos estos factores vienen causados o amplificadas por la disminución de la tasa de crecimiento en la región de cizalla magnética inversa (a lo que contribuye la reducción de la tasa de crecimiento causada por el corrimiento de Shafranov [Beer *et al.* (1997)], no incluido en este modelo) y el consecuente aumento del perfil de la presión gracias a que la deposición de potencia se produce dentro del punto de transición, más adentro de r_s . Dada P_{NBI} , cuanto más localizada está la deposición dentro de la región de r_s menor es P_u puesto que el flujo que atraviesa la superficie r_s es mayor, dando lugar a un mayor gradiente de la presión para una misma difusividad. Estrechar el perfil de deposición puede no sólo disminuir P_u al aumentar el flujo a través de la superficie r_s , sino que también puede trasladar el punto de iniciación de la transición creando una fuerte cizalla en E_r muy adentro de la superficie r_s . En las Figuras 4.3 y 4.4, donde se muestra un perfil típico de q pre-transición y el correspondiente perfil de E_r , es aparente la alineación entre r_s (i.e., la localización del mínimo de q) y el gradiente exterior de E_r (i.e., el situado más afuera del mínimo de E_r). La Fig. 4.9 muestra la tasa de cizallamiento ω_s para tres anchuras de deposición, $W_S=0,2a$; $W_S=0,1a$ y $W_S=0,05a$, impuestas sobre la misma configuración magnética de las Figs. 4.3 y 4.4. Conforme el perfil de deposición se estrecha se va desarrollando un pico en ω_s localizado en el gradiente interior de E_r (i.e., dentro del mínimo de E_r) y puede hacer que la transición se dispare bien adentro de r_s . Una deposición de potencia y partículas bien localizada en el interior del plasma favorece también que los gradientes sean más pronunciados dada una misma potencia del haz de neutros, contribuyendo así a disminuir el umbral de la transición. Las diferencias del umbral de potencia observadas en TFTR al usar haces de tritio frente a haces de deuterio (menor P_u con deuterio) podrían explicarse por los perfiles de deposición de los haces. Si los haces de deuterio depositan más potencia/partículas dentro de la superficie r_s que los haces con tritio, el umbral resultará menor para los primeros.

A pesar de que las fluctuaciones son relativamente bajas en la región de RS antes de la transición, el transporte anómalo todavía es mucho mayor que el neoclásico. Así, cuando se da la transición, la región del centro (dentro de la barrera de transporte) se convierte en un acumulador eficiente de partículas y calor. Es interesante observar que, justo tras la transición pero antes de alcanzarse un estado estacionario, ocurre un descenso transitorio de los flujos fuera del centro. Este descenso es debido a que la caída de las difusividades en la transición es mucho más rápida que el consiguiente levantamiento de los perfiles, de modo que el flujo (p. ej. $\Gamma_n = D_n \nabla n$) debe decrecer hasta que se establezcan los gradientes del nuevo estado estacionario caracterizado por gradientes más elevados. Esto no es más que una consecuencia directa de la inecuación $\tau = (\Delta r_b)^2 / D < \tau_{depos}$, que indica que la barrera es tan estrecha (anchura Δr_b) que los tiempos del transporte local son inferiores a los tiempos asociados a la tasa de calentamiento, τ_{depos} . La disminución del flujo origina una disminución transitoria del nivel de fluctuaciones

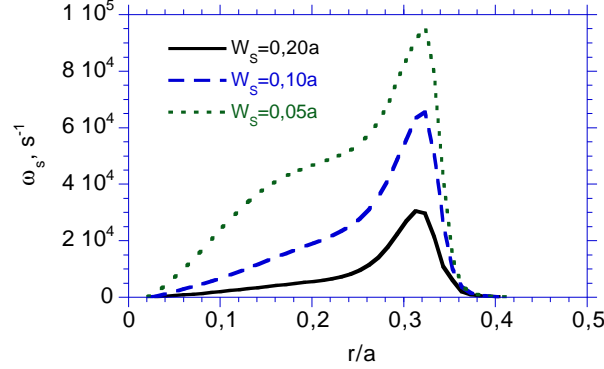


Figura 4.9: Tasa de cizallamiento correspondiente al cálculo de la Fig. 4.1 (línea continua) y a repeticiones del mismo reduciendo la anchura del perfil de deposición a un medio (línea discontinua) y un cuarto (línea punteada) de su valor original.

(Fig. 4.10, Fig. 4.19) al exterior de la barrera, donde la alta difusión anómala relaja los gradientes termodinámicos. Esto es semejante al comportamiento del plasma en la SOL¹ durante el modo H, cuyas fluctuaciones (nominalmente fuera de la barrera) caen justo tras darse la transición. Cuando el sistema alcanza el nuevo equilibrio, el flujo aumenta de nuevo (para equilibrar el alimentado) y el nivel de fluctuaciones recupera sus niveles previos al transitorio. Cuando se alcanza el estado estacionario, los niveles de fluctuaciones junto al pie de la barrera suelen ser mayores que antes de la transición debido a la mayor tasa de crecimiento lineal que corresponde a los nuevos gradientes.

Al igual que en el modelo a dos campos (capítulo 3), este modelo presenta un claro efecto de histéresis (Fig. 4.11), lo que permite mantener el régimen ERS aunque la potencia se reduzca significativamente después de producirse la transición. Al no haber evolución del perfil de la corriente del plasma, esta versión del modelo no permite asegurar que el modo de alto confinamiento se vaya a mantener más allá de un tiempo del orden del de la difusión de la corriente. Este aspecto se introduce en el capítulo 5.

Además de la asimetría entre los umbrales directo e inverso de la transición (histéresis), existe una asimetría en las escalas de tiempo involucradas en ambos tipos de transición semejante a la observada experimentalmente [Synakowski (1997)] (Ref. [79]). La transición directa se produce más rápidamente (dado un incremento sobre la criticidad) que la inversa (Fig. 4.12). Esta diferencia puede provenir de varias causas en los experimentos. Por ejemplo, los gradientes elevados que se hallan previos a la transición inversa pueden causar una reducción de la tasa

¹Región de la periferia del plasma donde se abren las líneas de campo magnético, llamada *Scrape-off layer* en la literatura.

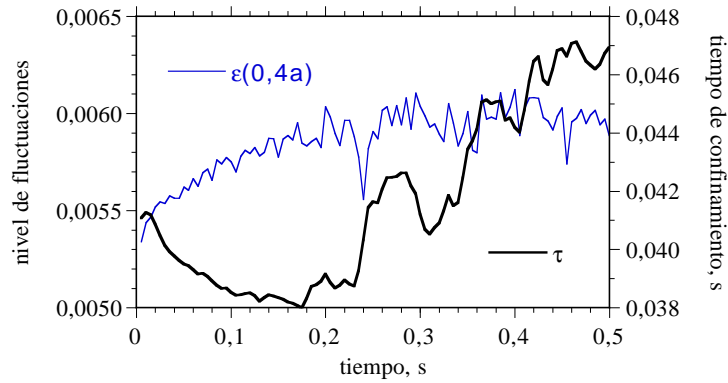


Figura 4.10: Descenso transitorio del nivel de fluctuaciones, tras producirse la transición, al exterior de la barrera de transporte. El momento de la transición puede verse en el cambio de tendencia del tiempo de confinamiento ($t \approx 0,18$ s).

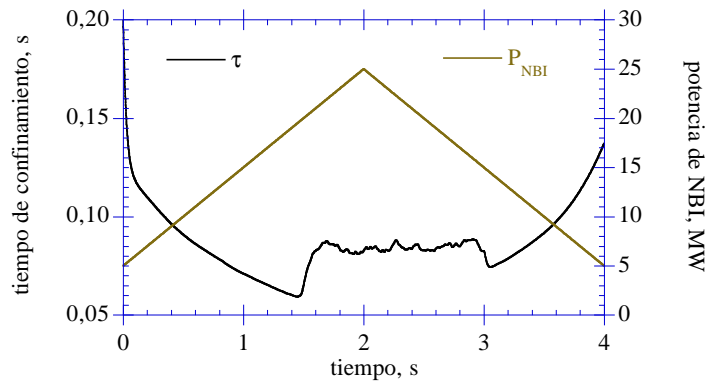


Figura 4.11: Histéresis en el modelo de transición. La potencia de NBI se aumenta linealmente hasta que se alcanza la transición directa ($P_u \uparrow = 20$ MW) y luego se disminuye simétricamente hasta que se produce la transición inversa ($P_u \downarrow = 14$ MW).

de crecimiento de las fluctuaciones inducida por el corrimiento de Shafranov, el cual disminuye la difusión anómala incluso ya pasada la transición inversa, lo que supone una retroalimentación negativa que retarda la propagación. Otra posibilidad se explica en el marco del presente modelo teórico a través de una asimetría en la fuente del flujo que mantiene el gradiente: En la transición directa existe un proceso de retroalimentación positiva; en la transición inversa, en cambio, una mayor difusividad aumenta el flujo, el cual tiende a inhibir la relajación del gradiente y, por consiguiente, se da una retroalimentación negativa que retarda el proceso.

4.3. Dependencias de la potencia umbral

Es instructivo, antes de proceder al cálculo numérico, estimar las dependencias de P_u en base a argumentos dimensionales. La condición crítica para el umbral es, según la Ec. 3.5, $\gamma_\eta = \sqrt{\alpha_2} \omega_s$. Para estimar las dependencias de P_u comparemos la forma general de la tasa de crecimiento del modelo por gradiente de la temperatura iónica (Ec. 3.6) con la tasa de cizallamiento (Ec. 4.7) asumiendo una única longitud de escala L , característica de los perfiles termodinámicos. Así,

$$\begin{aligned}\gamma_{\eta_i} &\sim (k_\theta \rho_s) \frac{c_s}{L} \\ \omega_s &\sim \delta \frac{v_i \rho_i}{L^2}\end{aligned}\quad (4.8)$$

En las Ecs. 4.8 se dice que el crecimiento de las inestabilidades es proporcional al gradiente local. En cuanto a ω_s , se ha hecho uso de la expresión genérica $\omega_s \sim V'_{E \times B} \approx E/BL$, donde $B \sim \omega_i = \nu_i/\rho_i$ y al campo eléctrico sólo contribuye el término diamagnético, $E \sim T_i/L \sim \nu_i^2/L$. Al factor δ contribuyen, pues, factores constantes. Las principales aproximaciones hechas en las Ecs. 4.8 son despreciar la dependencia no lineal intrínseca de la escala de longitud de los perfiles, tomando $L \approx$ constante e igual para todos los perfiles termodinámicos, y despreciar el gradiente de q . Esta última aproximación es razonable en la región de inversión de la cizalla magnética. Expresando ahora la condición crítica en términos de T_i y del campo magnético B se puede obtener el escalado del campo magnético con la temperatura,

$$(k_\theta \rho_s) \frac{c_s}{L} \approx \delta \frac{T_i}{qBL^2} \Rightarrow \left(\frac{T_i}{T_e}\right) \frac{T_i}{B^2} \approx \frac{(k_\theta \rho_s)^2 q^2}{m_i \delta^2} L^2 \quad (4.9)$$

Las dependencias que se obtengan de la Ec. 4.9 serán válidas justo antes de la condición umbral. En particular:

$$\left(\frac{T_i}{T_e}\right) \frac{T_i}{B^2} \approx \frac{\text{constante}}{m_i} \Rightarrow \begin{cases} T_i \sim B/m_i^{1/2} \\ T_i \sim B^2/m_i \end{cases} \quad (4.10)$$

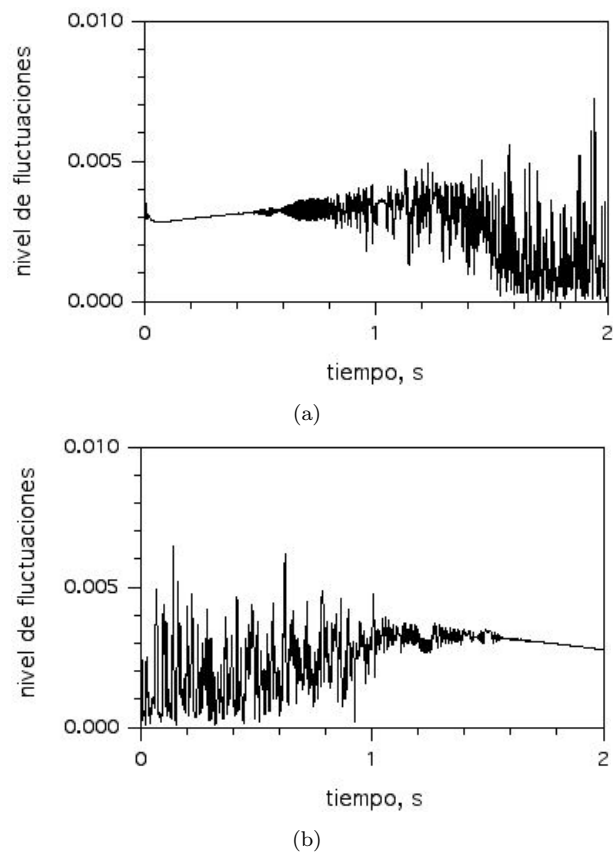


Figura 4.12: Asimetría en las escalas de tiempo asociadas a la extinción de las fluctuaciones en la transición directa (a) y a la recuperación del nivel de fluctuaciones en la transición inversa (b).

dependiendo de si $T_e \sim \text{constante}$ o $T_i/T_e \sim \text{constante}$. Esto permite relacionar B con la potencia a través del transporte, puesto que la conductividad térmica anómala impone una relación entre la potencia y la temperatura iónica en el equilibrio energético. El flujo de energía por unidad de área es $\Gamma_i = \chi_i \nabla(nT_i)$. La conductividad anómala (Ec. 2.15) ha sido obtenida de [Biglari et al. (1989)] donde, a su vez, el escalado de χ_i se obtiene del flujo radial de calor debido a la turbulencia. Entonces, en vez de sustituir la Ec. 2.15 en la expresión dimensional del flujo, $\Gamma_i \sim \chi_i(nT_i/L)$, utilizamos directamente el escalado de $\Gamma_i \sim P_{NBI}/A$ (A es el área de la superficie toroidal) dado en la referencia:

$$\frac{P_{NBI}}{A} \sim (k_\theta \rho_s) \frac{c_s^3}{\omega_i^2 L^2} \frac{q}{\hat{s}} \left(\frac{T_i}{T_e}\right)^2 nT_i = (k_\theta \rho_s) \frac{m_i^{1/2} nT_i}{qL^2 \hat{s}} T_e^{3/2} \left(\frac{T_i}{T_e}\right)^2 \quad (4.11)$$

o sea,

$$T_i^{5/2} \left(\frac{T_i}{T_e}\right)^{1/2} \approx qL^2 \hat{s} (k_\theta \rho_s) \frac{PB^2}{nm_i^{1/2}}$$

de donde se obtiene, usando las condiciones umbral para T_i (Ec. 4.10):

$$\begin{aligned} P_u &\sim \frac{nB}{m_i}, \text{ si } T_e \approx \text{constante} \\ P_u &\sim \frac{nB^3}{m_i^2}, \text{ si } T_i/T_e \approx \text{constante} \end{aligned} \quad (4.12)$$

Hemos probado este escalado realizando cálculos numéricos del umbral de la potencia para diferentes campos magnéticos, manteniendo constante la densidad promedio del plasma a través del bombeo de gas, S_{bg} . Los resultados se resumen en la Fig. 4.13, de donde se obtiene un exponente de escalado para B que difiere de los casos Ec. 4.12 para la dependencia con el campo magnético, aunque la dependencia con la densidad resulta lineal de acuerdo con el análisis dimensional. Este acuerdo puede deberse a que la densidad sólo entra en el análisis al estimar el flujo (Ec. 4.11), mientras que las aproximaciones sobre las temperaturas y la longitud de escala tienen mucha más incidencia en el escalado con el campo magnético. Ajustando P_u/n con B^λ hemos obtenido $\lambda=2,2 \pm 0,4$ (caso de la Fig. 4.13). El mismo ajuste se ha realizado en distintas condiciones (p. ej., variando D_ε , α_2 , las condiciones de contorno de ε , etc.) obteniéndose resultados semejantes. En particular, obteniendo P_u por el método de aumentar progresivamente P_{NBI} se ha encontrado $\lambda=2,2 \pm 0,1$. Un posible motivo para la discrepancia entre el escalado numérico y los valores Ec. 4.12 es que no se cumpla la suposición de que las longitudes de escala macroscópicas, que hemos sintetizado en L , sean constantes. Al investigar este aspecto hemos obtenido los resultados de la Fig. 4.14, donde se observa que la relación a usar en la Ec. 4.10 debería ser $T_e \sim \text{constante}$, según

la cual el campo magnético y la temperatura iónica deben guardar una relación aproximadamente lineal. Así resulta ser, como también muestra la Fig. 4.14. Sin embargo, se encuentra asimismo una variación de L con B que podría afectar significativamente a los escalados Ecs. 4.12. La ley de escala obtenida numéricamente es un caso intermedio entre las posibilidades Ecs. 4.12. Estos resultados indican que el análisis dimensional no puede, por sí solo, dar una descripción adecuada de este sistema porque las longitudes de escala entran no linealmente en el problema (Ec. 4.8).

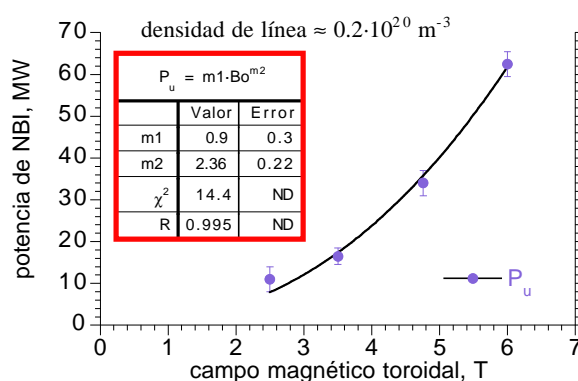


Figura 4.13: Dependencia de la potencia umbral para la transición RS-ERS con el campo magnético toroidal.

4.4. Comportamiento oscilatorio

El modelo de transición expuesto exhibe un comportamiento oscilatorio causado por la competición entre los mecanismos de forzado y supresión en la evolución del nivel de fluctuaciones. Este comportamiento parece intrínseco al modelo de transición acoplado, a través de los coeficientes de transporte dependientes de ε , a cualquier campo difusivo (e.g. la densidad en la Ec. 3.13 o las densidades de partículas y energía en las Ecs. 4.1). Para darle consistencia a la exposición, los resultados que se expongan en esta sección corresponderán al modelo de transporte descrito en este capítulo. En el capítulo 5, donde se trabaja con un modelo de transporte mucho más completo, se volverá a hacer alusión a este comportamiento.

Cuando se aumenta paulatinamente la potencia P_{NBI} , la transición es precedida por oscilaciones locales en ε con un umbral $P_{osc} < P_u$. Estas oscilaciones o irrupciones locales de ε se transmiten inmediatamente a los coeficientes de transporte (ver Fig. 4.7). Se ha estudiado en detalle la posibilidad de que estas oscilaciones tengan un origen numérico. Una de las dificultades encontradas es que el

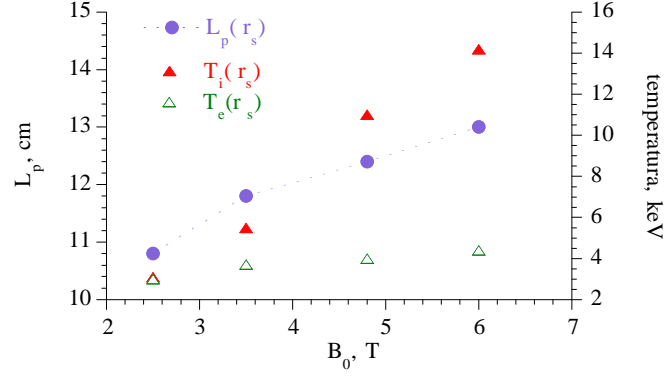


Figura 4.14: Dependencia de la longitud de escala asociada al gradiente de la presión (círculos) y de las temperaturas iónica (triángulos sólidos) y electrónica (triángulos huecos), en la posición de inversión de la cizalla magnética, con el campo magnético. Estas dependencias afectan a los resultados del análisis dimensional.

sistema tiende a hacer uso de las escalas espaciales, λ , más pequeñas posibles, lo que puede dar problemas con el espaciado de la malla numérica utilizada para los perfiles a menos que λ se acote inferiormente de algún modo (p. ej. a través de D_ε en la Ec. 4.6, como indica la Ec. 3.37). Recuérdese que ε representa la envolvente del nivel de fluctuaciones de la densidad y, por tanto, las oscilaciones en ε deben considerarse como irrupciones del valor rms del nivel de fluctuaciones². En el presente modelo de transporte el comportamiento oscilatorio empieza a, aproximadamente, un medio de la potencia umbral para la transición. De un estudio sistemático se ha obtenido $P_{osc} = (0,50 \pm 0,01)P_u$.

La figura 4.15 muestra las oscilaciones y su propagación en un mapa de contornos de ε . Inicialmente, ε muestra un gradiente elevado en la región próxima a la posición de inversión de la cizalla magnética ($r_s = 0,35a$), coincidiendo con la región de separación entre bajo y alto γ (debida a γ_0). Los gradientes más pronunciados de la presión también se encuentran en esta región, por lo que el cizallamiento ω_s también alcanza su valor máximo (ver Fig. 4.4b), dando así lugar a la máxima razón $\varrho = \omega_s^2/\gamma^2$. El sistema se desestabiliza cuando y donde el pico de ϱ (Fig. 4.16) alcanza un valor umbral. Este umbral ha resultado prácticamente constante en los cálculos con este modelo de transporte, $\omega_s^2/\gamma^2 \approx 0,3$ (por simplicidad, en esta sección el coeficiente α_2 se considera embebido en ω_s), independientemente del campo magnético, la anchura del perfil de deposición, la densidad media etc. Recuérdese que, en el modelo simplificado Ec. 3.29, el cociente ϱ crítico para la aparición de las oscilaciones se ha estimado en torno a $1/3$ (Ec. 3.36). El análisis

²Raíz cuadrada del valor cuadrático medio, o “root mean square (rms)”.

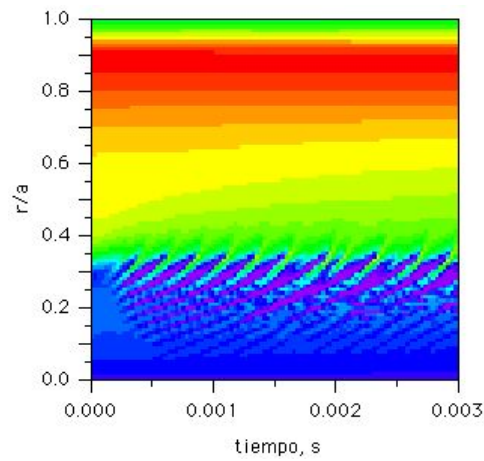


Figura 4.15: Aparición de las oscilaciones. El sistema se deja evolucionar, desde el equilibrio ($t=0$), a una potencia ligeramente superior al umbral para la aparición de las oscilaciones. El recorrido de los valores representados va desde cero (violeta) hasta el máximo (rojo).

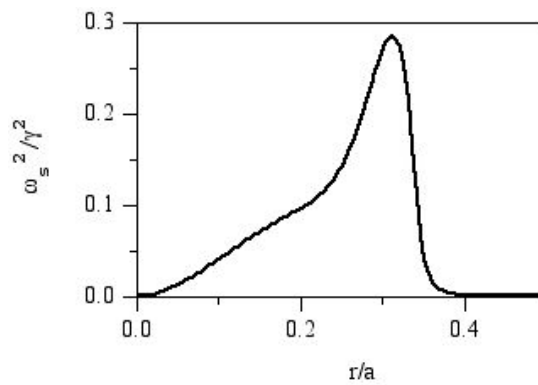


Figura 4.16: Perfil radial del cociente entre los términos de forzado y de supresión en la ecuación de evolución del nivel de fluctuaciones previo a la aparición de las oscilaciones.

de la subsección 3.2.3 se ha simplificado para poder obtener resultados analíticos y, en consecuencia, el valor de este cociente crítico no es tan importante como el hecho de que exista una condición crítica para la aparición de las oscilaciones con $\varrho < 1$.

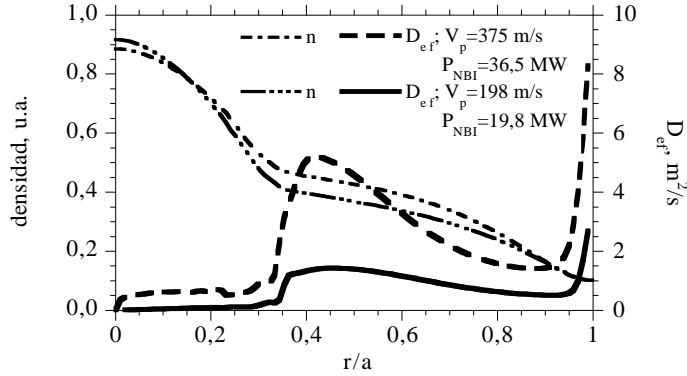


Figura 4.17: Perfiles de la densidad y de la difusividad efectiva de las partículas (calculada como $D_{ef} = - \int dr \cdot rS(r)/\nabla n$ justo antes de la transición) para dos casos caracterizados por distintas velocidades de propagación de las oscilaciones en el nivel de fluctuaciones.

A través del transporte anómalo, las oscilaciones de ε se traducen a oscilaciones del gradiente y la curvatura del perfil de la presión. El mismo mecanismo que origina el proceso de retroalimentación de la transición actúa aquí y, en consecuencia, el propio perfil de ϱ resulta oscilante. Por este motivo, las regiones de ϱ en torno al pico (ver Fig. 4.16) pueden alcanzar fácilmente el límite inestable tras iniciarse el primer pulso, implicando que el punto de origen de los pulsos subsiguientes se mueve hacia adentro, como muestra la Fig. 4.15. Las oscilaciones se difunden rápidamente al alcanzar la región de alto γ debido tanto al mayor transporte correspondiente (que suaviza más eficazmente el perfil de la presión), como a la menor tasa de cizallamiento. Por consiguiente, la extensión radial de las oscilaciones depende del apuntamiento de ω_s^2/γ^2 .

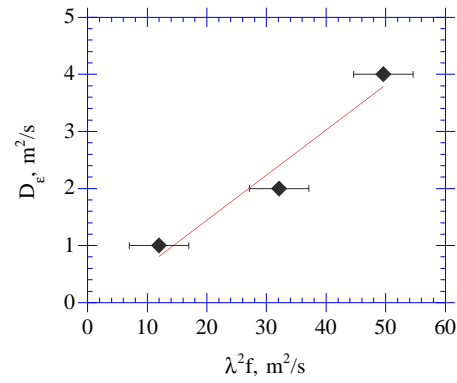
Cuando la potencia se aproxima a P_u , ϱ puede sobrepasar periódica y localmente el valor umbral para la transición al confinamiento mejorado, $\omega_s = \gamma$. Sin embargo, la rápida propagación de los pulsos evita que el mecanismo de retroalimentación tenga tiempo para aumentar tanto el perfil de la presión que se dé la transición. Más aún, la propagación hacia afuera de las oscilaciones causa un transporte efectivo de partículas y calor hacia la región de bajo confinamiento, al otro lado de q_{min} (Fig. 4.17). Esta propagación aumenta la potencia necesaria para alcanzar los gradientes críticos. Así, la velocidad de propagación V_p juega un importante papel en el retardo de la formación de una barrera de transporte. En

este modelo se tiene aproximadamente que $D_\varepsilon \sim \lambda^2 f = V_p^2/f$, donde λ y f son, respectivamente, la longitud de onda y la frecuencia promedio de las oscilaciones (Fig. 4.18a). Por otro lado se encuentra que $f \sim \gamma$, de lo que resulta una dependencia aproximada $V_p \sim \sqrt{D_\varepsilon \gamma}$ (Fig. 4.18b). D_ε acota λ inferiormente ($\lambda_{min} \sim D_\varepsilon^{1/2}$ según la Ec. 3.37) pero carece de otro significado en esta versión del modelo, luego V_p está gobernada fundamentalmente por el crecimiento γ .

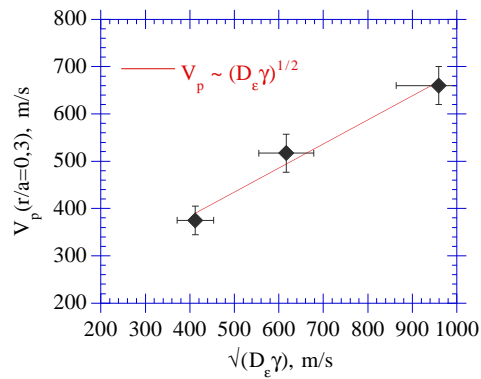
Los datos de la Fig. 4.18b requieren otro comentario: Manteniendo constante la potencia se obtiene $V_p \sim D_\varepsilon^{0,2 \pm 0,1}$. Sin embargo, una modificación de D_ε afecta al transporte a través de V_p , afectando también a λ . Para hacer el estudio sistemático hemos calculado las dependencias de V_p a $P_u - P_{NBI}$ constante, i.e., a distancia constante desde el punto crítico en el espacio de parámetros. De este modo se ha obtenido $V_p \sim D_\varepsilon^{0,4 \pm 0,1}$ para $P_u - P_{NBI} \approx 0$ (justo antes de la transición) y $V_p \sim D_\varepsilon^{0,5 \pm 0,2}$ para $P_u - P_{NBI} \approx 10$. Este caso último corresponde a los datos de las figuras 4.18.

Tras la transición, existe una región donde ε queda suprimido y en la cual $\omega_s > \gamma$. La frontera de esta región coincide con las posiciones en que $\omega_s \sim \gamma$ ($r_s \approx 0,35$ en la Fig. 4.15) y puede considerarse como los límites de la barrera de transporte, según se ha estudiado en la Sec. 4.2. Entonces, justo fuera de la barrera, las tasas de crecimiento y cizallamiento toman valores próximos, dando un ϱ superior al umbral para la formación de las oscilaciones. En consecuencia, las oscilaciones deben estar presentes incluso tras la transición. La Fig. 4.19 muestra uno de los casos en que esto ha sido probado. La figura muestra contornos de los perfiles de ε en torno al momento de la transición ($t=1,5$ s) y se aprecian las irrupciones tanto en la región de gradientes críticos pretransición como después de la transición en la región que limita la barrera. Obsérvese también que, en el momento de la transición, existe una reducción del nivel de fluctuaciones que casi alcanza el borde a causa de una reducción transitoria de los flujos mientras se forma la barrera (ver también la Fig. 4.10).

Los experimentos en TFTR muestran también irrupciones o estallidos del nivel de fluctuaciones en el frente de la barrera, cuya frecuencia principal aumenta con la potencia inyectada [Mazzucato et al. (1996)]. Para encontrar dicha dependencia en este modelo se ha procedido a un análisis por serie temporal de Fourier de la señal temporal de ε en el frente de la barrera. La Fig. 4.20 muestra el espectro de potencia de ε evaluado en $r/a=0,39$ (ver Fig. 4.19), que se caracteriza por una gran anchura de banda debido a las no linealidades del sistema. Cuando este mismo análisis se realiza para P_{NBI} crecientes, la frecuencia asociada a la máxima amplitud en el espectro, f_{max} , sufre un corrimiento hacia valores mayores (Fig. 4.21). Un ajuste potencial da $f_{max} \sim P_{NBI}^2$, aunque los datos son compatibles con un ajuste lineal. Este aumento puede explicarse cualitativamente con estimaciones dimensionales: El flujo de energía que cruza la barrera de transporte, que en equilibrio es proporcional a la potencia P_{NBI} , puede relacionarse con la tasa de crecimiento a través de la conductividad térmica. Tomando las Ecs. 4.8 y 4.11 se encuentra que



(a)



(b)

Figura 4.18: (a) Relación entre la difusividad en la evolución del nivel de fluctuaciones, D_ε , y el parámetro $\lambda^2 f$, donde λ es la longitud de onda de las oscilaciones y f su frecuencia. (b) Velocidad de propagación de las oscilaciones en función del parámetro $\sqrt{D_\varepsilon \gamma}$, donde γ es la tasa local de crecimiento de las fluctuaciones.

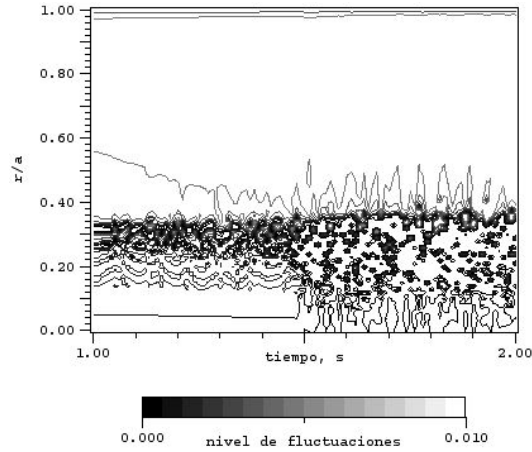


Figura 4.19: Mapa de contornos de la evolución temporal de los perfiles de ε conforme P_{NBI} aumenta linealmente desde valores inferiores hasta valores superiores al umbral de la transición, P_u . Ésta se produce en $t \approx 1,5$ s y es precedida por irrupciones en ε (no resueltas en esta escala de tiempos) en torno a la posición radial que acaba correspondiendo al frente de la barrera. Tras la transición, las irrupciones persisten en el frente de la barrera.

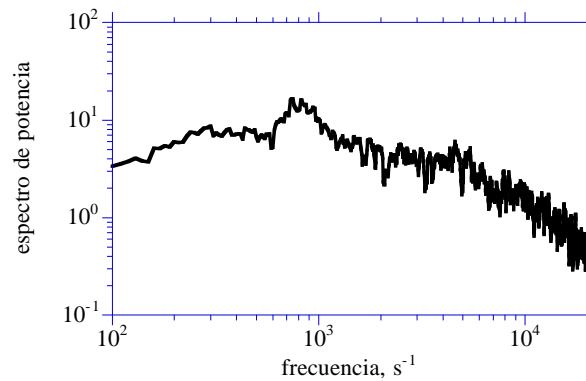


Figura 4.20: Espectro de potencia de la señal temporal de $\varepsilon(r/a=0,39)$ en $t=1,6$ s (ver Fig. 4.19), correspondiente al frente de la barrera. El espectro mostrado ha sido suavizado.

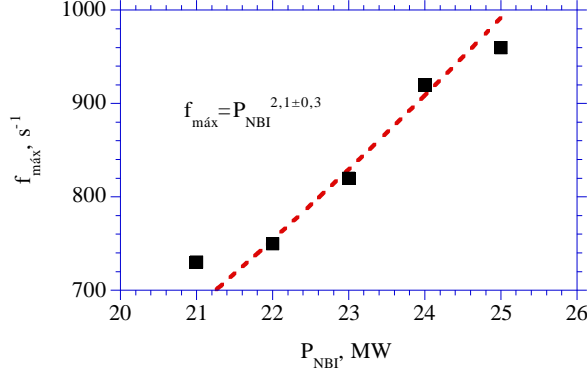


Figura 4.21: Dependencia de la frecuencia asociada a la amplitud máxima del espectro de ε en el frente de la barrera de transporte, f_{max} , con la potencia inyectada al sistema. La línea es un ajuste potencial con el resultado que se muestra.

$$\Gamma \sim \gamma \frac{c_s^2}{L\omega_i^2} \left(\frac{q}{\tau \hat{s}} \right) nT_i = \gamma \frac{\rho_i^2}{L} \left(\frac{q}{\tau \hat{s}} \right) nT_i \quad (4.13)$$

Por otro lado, se acaba de mencionar que existe una dependencia aproximadamente lineal entre γ y f , de donde se obtiene que debe darse un aumento de f con la potencia inyectada al sistema. Una vez más, el análisis dimensional debe tomarse con cautela y por ello dejaremos este argumento como cualitativo.

La existencia de un umbral para la aparición de las oscilaciones independiente del modelo de transporte sugiere que hay un mecanismo intrínseco, debido a cómo la Ec. 4.6 determina la evolución del transporte anómalo, que desestabiliza el sistema cuando las tasas de cizallamiento y de crecimiento se han acercado lo bastante y pueden competir. Aquí surgen dos cuestiones: (a) ¿Cuál es el mecanismo dinámico para la inestabilidad?; y (b) ¿qué causa la propagación? Para ahondar en la cuestión (a) se ha probado la estabilidad del sistema perturbando localmente ε y siguiendo su evolución, de una manera análoga a como se ha estudiado la respuesta analítica en la subsección 3.2.3. El resultado es que el pulso se amortigua (Fig. 4.22a) con un factor de decaimiento que disminuye con el valor local de ω_s^2/γ^2 . Este factor puede cambiar de signo (Fig. 4.22b) para valores de ϱ mayores que un umbral, de acuerdo con los resultados de la subsección 3.2.3. Las figuras muestran los valores de ε y de ϱ en $r/a=0,25$, donde se genera la perturbación. El valor máximo del perfil ϱ para estos casos se da en $r/a=0,31$ y en el caso de la Fig. 4.22b vale $\omega_s^2/\gamma^2(0,31)=0,28$. Aunque un exponente de decaimiento positivo causaría amplitudes divergentes, el mecanismo de amortiguado las limita. Esta amplitud límite también depende de la potencia, lo que puede verse como una dependencia entre la amplitud y el valor local del promedio temporal de ϱ . En la

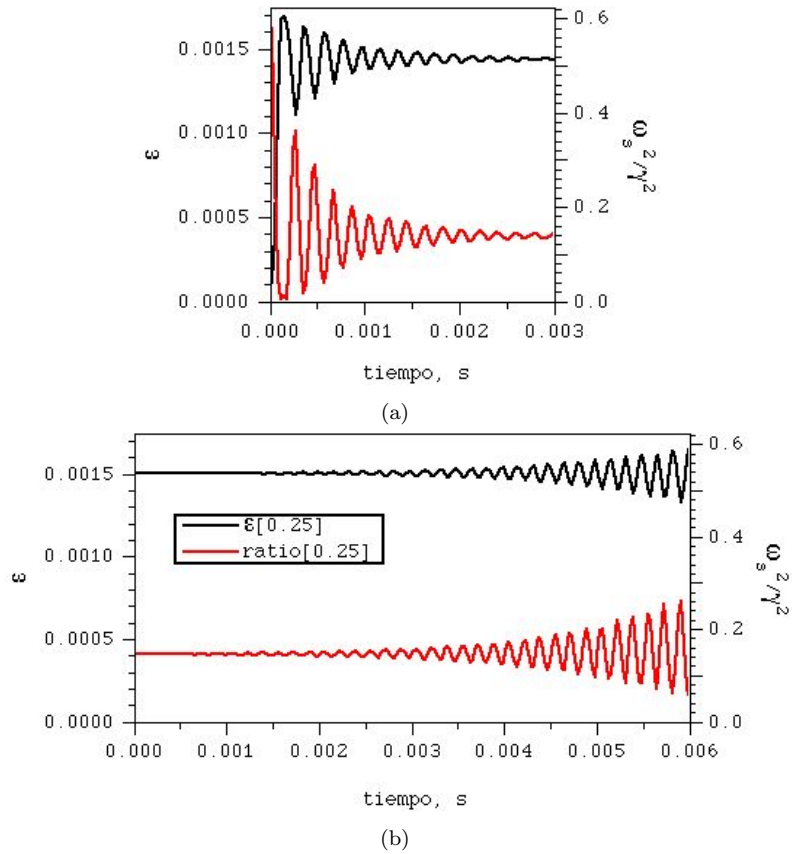


Figura 4.22: Señales temporales de ε y del cociente ρ entre los términos de supresión y forzado, evaluadas en $r/a=0,25$. El caso (a) muestra la relajación de un pulso en ε centrado en $r/a=0,25$, impuesto en $t=0$ sobre el equilibrio ligeramente por debajo del umbral de potencia para la fase oscilatoria, P_{osc} . En el caso (b) la potencia se ha aumentado hasta un valor ligeramente superior a P_{osc} y el sistema se desestabiliza generando los pulsos por sí mismo. La amplitud de estas oscilaciones está limitada por el amortiguamiento no lineal.

Fig. 4.23 se representa la elongación local de las oscilaciones para potencias de NBI crecientes (círculos) y decrecientes (cuadrados). El gráfico recuerda un diagrama de bifurcación de Hopf, donde se dan un umbral para el inicio de un ciclo límite de amplitud finita y una región inaccesible que se traduce en la histéresis del sistema. No obstante, esta descripción de ciclo límite es aplicable a una faceta del sistema que resulta dominante en esta pequeña región del espacio de parámetros pero que, en realidad, forma parte de un sistema dinámico mucho más complicado.

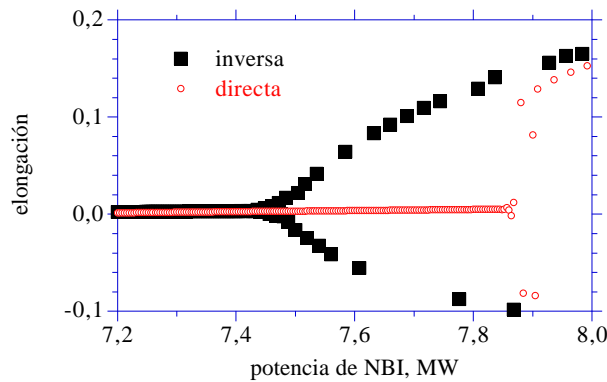


Figura 4.23: Elongación (máxima separación del valor estacionario) de ϱ , en $r/a=0,25$, correspondiente a potencias crecientes (círculos) y decrecientes (cuadrados) del haz de neutros. El umbral para la aparición de las oscilaciones es mayor en el primer caso y las oscilaciones aparecen con una elongación finita. En el caso inverso las oscilaciones desaparecen desde una elongación mucho menor, aunque también podría ser finita.

En base a estos resultados, la explicación para la existencia del umbral P_{osc} es que el nivel de fluctuaciones sólo es capaz de responder a pequeñas perturbaciones de los perfiles cuando la tasa de cizallamiento en la Ec. 4.6 está lo suficientemente próxima a la tasa de crecimiento. Esto es una respuesta del mecanismo de retroalimentación a través del transporte anómalo dependiente de ε : Una perturbación en ε se traslada al perfil de la presión (i.e., a su gradiente y a su curvatura), afectando así a E_r (ver Ec. 3.11) y consecuentemente a ω_s . El proceso se cierra a través de la Ec. 4.6 (evolución de ε). Cuando ϱ está por debajo del umbral, una perturbación en ε aún afectará al perfil de la presión, pero la retroalimentación no tiene la suficiente intensidad para devolver una reacción amplificada al nivel de fluctuaciones, en cuyo caso la perturbación decae con la relajación del perfil de la presión como muestra la Fig. 4.22a. En otros modelos de transición se ha sugerido [Staebler et al. (1997); Ernst et al. (1998)] que la contribución de ∇T_i al término $\nabla P/n = \nabla T_i + (T_i/n)\nabla n$ en E_r (Ec. 3.11) se cancela debido a la velocidad poloidal neoclásica ($V_\theta \approx -\nabla T_i$) en el régimen de colisionalidad baja [Kim et al.

(1991)]. En tal caso, P_u aumenta significativamente dado un mismo coeficiente de supresión α_2 , pero el mecanismo oscilatorio explicado aquí sigue siendo operativo.

Si los pulsos no pudieran escapar de la región de gradientes cuasicríticos, el umbral para la transición al confinamiento mejorado sería $P_u = P_{osc}$ a causa del mecanismo de retroalimentación suministrado por la contribución de ∇P al cizallamiento de $V_{E \times B}$, es decir, una vez que ε empieza a decrecer el transporte se reduce incrementando la presión, lo que aumenta ω_s con respecto a γ . Para investigar este aspecto volvemos a la cuestión pendiente (b). Para encontrar la causa de la propagación de los pulsos conviene explicitar las dependencias de γ y ω_s con el perfil de la presión

$$\begin{aligned} \gamma &\sim \nabla P \\ \omega_s &\sim \left(\frac{1}{q} \frac{\partial q}{\partial r} - \frac{1}{n} \frac{\partial n}{\partial r} - \frac{1}{r} \right) \nabla P + \nabla^2 P \end{aligned} \quad (4.14)$$

donde se ha prescindido de los flujos (ver Ec. 3.11). En una función suave y monótona con un punto de inflexión (como el perfil de la presión en el modelo de transporte) existe un desfase entre los máximos para la primera y la segunda derivada. Las expresiones 4.14 muestran claramente que esto puede desfasar los máximos de γ y ω_s siempre que las derivadas segundas no sean despreciables con respecto a las derivadas primeras. En tal caso, un incremento local de $\nabla^2 P$ (un incremento de ω_s) causará una reducción local del transporte. Esto, a su vez, causará un incremento del gradiente local (luego de γ), apartando los máximos de $\nabla^2 P$ a ambos lados del punto de inflexión, lo que traslada el mismo mecanismo a otras posiciones radiales. Obviamente, esto sólo puede suceder mientras la reacción en ω_s pueda afectar al valor de ε en la manera explicada en el párrafo anterior, o sea, mientras $P_{NBI} > P_{osc}$. Recuérdese que la curvatura era esencial en el estudio analítico para obtener soluciones de propagación (Ec. 3.33), pero no era necesaria para obtener la transición. En ausencia del término de curvatura en las Ecs. 4.14 no hay propagación aunque la transición todavía es posible. En la Fig. 4.24 se da un ejemplo de cálculo en que el término $\nabla^2 P$ ha sido eliminado de la Ec. 4.14. La transición puede darse porque las dependencias de γ y ω_s con ∇P en las Ecs. 4.14 aún son diferentes. De hecho, en ausencia del término de curvatura estamos en las condiciones de bifurcación vía gradiente crítico. Sin embargo, es necesaria una potencia mucho mayor para provocar la transición, lo que prueba que el término $\nabla^2 P$ es una contribución importante a la tasa de cizallamiento en estos cálculos. Este aspecto es claro al comparar la evolución del sistema con y sin dicha contribución. Los dos cálculos de la Fig. 4.24 son similares excepto porque el coeficiente de supresión usado para obtener el caso sin la contribución de la curvatura es $\alpha_2=0,2$ en vez de $\alpha_2=0,1$ en el otro caso. Con un mismo α_2 se hubieran obtenido diferencias aún mayores entre las P_u con y sin la contribución de $\nabla^2 P$. En el último caso el sistema no muestra oscilaciones, pero el ϱ máximo pre-transición resulta ser del mismo valor que para la aparición de las oscilaciones incluyendo

$\nabla^2 P$. Efectivamente, pues, el límite de inestabilidad que causa el comportamiento oscilatorio a través de un mecanismo de amplificación es ahora responsable de empujar al sistema hacia la transición ($\omega_s^2/\gamma^2=1$) desde un estado en que $\omega_s^2/\gamma^2 < 1$. Como se ha sugerido antes, el mecanismo de propagación provisto por la interacción gradiente-curvatura protege al nivel de fluctuaciones de una caída temprana a la transición a base de expeler las perturbaciones hacia la región de alto γ , donde se difunden rápidamente. La Fig. 4.25 ilustra esta situación esquemáticamente delineando la dependencia local de ε , cerca de la región de inversión de la cizalla magnética, con la potencia: En ausencia de oscilaciones, las soluciones con niveles de ε finitos y nulos están conectadas a través de una única región inestable (líneas discontinuas) empezando en P_{osc} , en cuyo caso $P_u = P_{osc}$ (ver también la Fig. 4.24). Si las oscilaciones están presentes la primera región inestable lleva al sistema a la fase oscilatoria, caracterizada por un nivel inicial de las fluctuaciones algo más bajo, situación mantenible gracias al transporte efectivo causado por las propias oscilaciones. Para alcanzar la segunda transición es necesaria una mayor potencia.

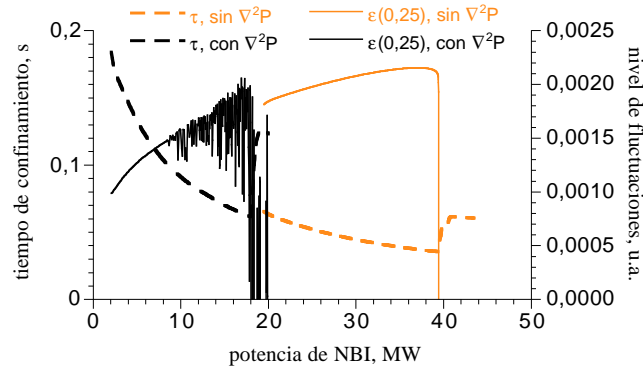


Figura 4.24: Evolución temporal local del nivel de fluctuaciones en $r/a=0,25$ y del tiempo de confinamiento de la energía en cálculos en que P_{NBI} se aumenta lentamente hasta alcanzar la transición. Se muestran casos con y sin la contribución de $\nabla^2 P$ a la tasa de cizallamiento.

En resumen, se puede acceder a tres fases estables (bajo confinamiento, régimen oscilatorio y alto confinamiento) usando la potencia externa como parámetro de control. El esquema de la Fig. 4.26 muestra estas tres fases en una representación de la potencia y $-\nabla P$ en un punto supuestamente próximo a la región de q_{min} . Conforme la potencia aumenta, los gradientes aumentan al ritmo dictado por el transporte anómalo. Cuando se alcanza P_{osc} se da un primer fenómeno de transición de fase caracterizado por un gradiente promedio mayor, pero con el transporte todavía dominado por la turbulencia. Al aumentar aún más la potencia

el sistema es llevado a la transición “fuerte”, caracterizada por la supresión local de las fluctuaciones y, consecuentemente, del trasporte anómalo originando una barrera de transporte.

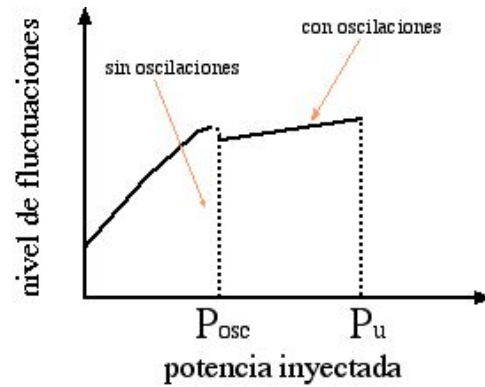


Figura 4.25: Variación esquemática del nivel local de fluctuaciones de la densidad en función de la potencia inyectada, dependiendo de si las oscilaciones son posibles.

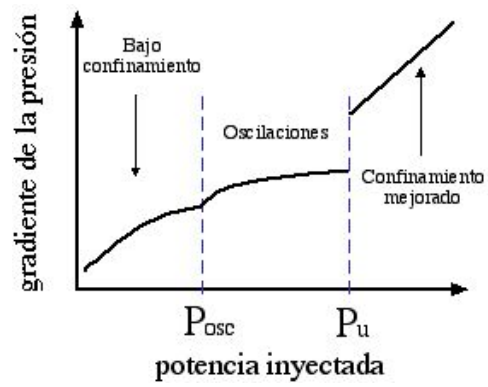


Figura 4.26: Representación esquemática de la variación del gradiente local de la presión conforme la potencia aportada al sistema cruza los valores críticos P_{osc} (umbral para las oscilaciones) y P_u (umbral de la transición).

Capítulo 5

Modelo final de transición/transporte

La complejidad física de los plasmas confinados magnéticamente para la fusión nuclear ha suscitado el dedicar grandes esfuerzos a la construcción de un modelo de transporte predictivo con una aplicabilidad general [Houlberg et al. (1990); Connor et al. (1996)] y todavía es un activo campo de investigación. Aparte de la vasta familia de procesos capaces de determinar los perfiles en el balance energético, se añade una complicación al observar que los fenómenos transitorios pueden determinar la ruta que el plasma sigue hasta dar con un estado final. Un buen ejemplo son las transiciones a los regímenes de confinamiento mejorado, bien conocidas experimentalmente, en las que pequeñas variaciones en las etapas iniciales de la descarga pueden dirigir el plasma hacia modos de confinamiento claramente distintos. Así, un modelo de transporte debe ser capaz de predecir configuraciones finales radicalmente distintas originadas por variaciones muy pequeñas de los parámetros de control relevantes, como la potencia total inyectada al plasma, las condiciones de contorno o la geometría magnética. Las descargas en modo L se han modelado ya siguiendo distintos métodos [Bateman (1992); Kotschenreuther et al. (1995)]. Por otro lado, la incorporación a los grandes códigos de transporte del proceso de transición es una tarea a la que se está prestando atención en la actualidad.

En el capítulo 4 el modelo de transición se ha acoplado a un conjunto básico de ecuaciones de transporte en geometría cilíndrica (Ecs. 4.1). Ahora se va a incorporar el modelo de transición al código de transporte ASTRA [Pereversev et al. (1991)], en el que se hace evolucionar las ecuaciones de la densidad de partículas, las densidades de energía electrónica e iónica, el momento toroidal y el flujo magnético poloidal (evolución de la densidad de corriente), a la par que se resuelve la ecuación de Grad-Shafranov para tener en cuenta la geometría magnética bidimensional. No obstante, y para darle homogeneidad al trabajo,

continuaremos con la física de la transición RS-ERS en plasmas de TFTR. Más en particular, nos centraremos en cómo afectan a la transición la deposición de partículas y energía proveniente del NBI, el perfil de la corriente y el flujo de velocidad toroidal, ya que son elementos no considerados hasta ahora.

5.1. Sistema de ecuaciones

El sistema de transporte ahora consiste en las ecuaciones:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial n_e}{\partial t} &= -\nabla \cdot (D_n \nabla n_e) + S_{NBI} + S_{bg} \\
\frac{3}{2} \frac{\partial (n_e T_e)}{\partial t} &= -\nabla \cdot \left(\chi_e n_e \nabla T_e + \frac{5}{2} D_n T_e \nabla n_e \right) - \frac{\Gamma_n}{n_e} \nabla (n_e T_e) - P_{ei} + P_{ohm} + P_{NBIe} \\
\frac{3}{2} \frac{\partial (n_i T_i)}{\partial t} &= -\nabla \cdot \left(\chi_i n_i \nabla T_i + \frac{5}{2} D_n T_i \nabla n_i \right) + \frac{\Gamma_n}{n_e} \nabla (n_e T_e) + P_{ei} + P_{NBIi} \\
\frac{\partial M}{\partial t} &= -\nabla \cdot (D_M \nabla M) - \mu M + S_M \\
q B_\theta \sigma \frac{\partial \psi}{\partial t} &= \langle J_{\parallel} B \rangle + \langle (\mathbf{J}_{NBI} + \mathbf{J}_b) \cdot \mathbf{B} \rangle
\end{aligned} \tag{5.1}$$

que dan, respectivamente, la evolución de la densidad electrónica, de las densidades de energía electrónica e iónica, del momento lineal y del flujo magnético poloidal. Aquí, $\Gamma_n = -D_n \nabla n$ es el flujo de partículas, $\Gamma_n \nabla (n_e T_e) / n_e$ es un término de ganancia/pérdida de energía por fricción [Hinton and Hazeltine (1976)], P_{ei} es el intercambio de calor entre electrones e iones, P_{ohm} es el calentamiento óhmico, J_{\parallel} es la componente de la densidad de corriente paralela al campo magnético B , \mathbf{J}_b es la corriente de autocebado y σ es la conductividad eléctrica de Spitzer. Los términos restantes en el sistema 5.1 son las fuentes procedentes del NBI. ASTRA provee un paquete de subrutinas para la NBI del que obtenemos las fuentes externas de partículas, S_n , de calor electrónico e iónico, P_{NBIe} y P_{NBIi} , de momento lineal, S_M , y de densidad de corriente, J_{NBI} (ver apéndice C). Este modelo de NBI sustituye a las Ecs. 4.2 y 4.3. Incluimos, además, otra fuente de partículas procedentes de la pared del tokamak, S_{bg} , provista también por ASTRA. Los operadores y las dependencias espaciales se calculan usando, como coordenada radial, la integral del flujo magnético toroidal y promediando las magnitudes sobre las superficies de flujo constante (ver Ec. 2.2). Los coeficientes métricos necesarios para definir los operadores diferenciales espaciales se obtienen resolviendo la ecuación de Grad-Shafranov en cada paso temporal.

En la ecuación de evolución del momento toroidal, $M = n_i V_i$ (donde V_i es la velocidad toroidal del fluido iónico), μ es la viscosidad dinámica. El arrastre toroidal ejercido por el contorno del plasma o por procesos de pérdida de neutros por intercambio de cargas daría lugar a términos de pérdidas adicionales. Puesto

que μ es muy pequeño en la parte central de los plasmas estudiados aquí, despreciaremos este término en nuestros cálculos. El coeficiente de transporte D_M debe definirse de manera consistente con la difusividad de las partículas. Cuando la velocidad toroidal del plasma se acerca lo bastante a la velocidad de las partículas provenientes del haz de neutros, la aceleración angular del plasma debe anularse. Todavía sería posible un aumento del momento lineal debido a la transferencia de masa del haz al plasma. Sin embargo, hay una pérdida difusiva de partículas que, en estado estacionario, mantiene la densidad constante pese a la fuente de momento del haz. Para valores pequeños de la cizalla de velocidad toroidal es fácil ver que la condición de aceleración angular nula cuando $V_i \approx V_{haz}$ se satisface si $D_M = D_n + \text{constante}$. Dado que el objetivo no es, por ahora, modelizar descargas experimentales concretas, simplificaremos el problema tomando esta expresión para D_M con una constante tal que se obtengan velocidades toroidales comparables a las experimentales. En el trabajo de [Kim et al. (1992)] se estudian los coeficientes neoclásicos de transporte para la rotación toroidal (y poloidal).

Las Ecs. 5.1 se complementan con la ecuación de evolución de la envolvente del nivel de fluctuaciones, Ec. 3.5, según se ha descrito en la subsección 3.1.2. El efecto de la cizalla magnética en la turbulencia viene, pues, dado por la Ec. 2.18 y se ha implementado de la misma manera que en el capítulo anterior. El sistema se cierra con los coeficientes de transporte D_n , χ_i , χ_e y D_M , los cuales responden a la forma general $D = D_0 + D_\eta + D_{RB}$, donde D_0 es el transporte neoclásico subyacente, D_η es el transporte anómalo en la región de confinamiento y D_{RB} es el transporte por modos resistivos de intercambio, dominante en el borde del plasma (ver Ecs. 4.4). Para el transporte neoclásico de partículas y calor hemos usado las fórmulas de Galeev y Sagdeev, que tienen en cuenta la variación de la frecuencia de colisión en los tres regímenes de colisionalidad (Fig. 2.2). Para poder obtener la corriente de autocebado en la ecuación de evolución del campo magnético poloidal, hemos escogido conductividades neoclásicas [Hirshman y Sigmar (1981)]. Con respecto al transporte anómalo, hemos seguido el esquema ya utilizado en el modelo a cuatro campos del capítulo 4 (Ecs. 4.5). En suma, volvemos a escindir el transporte difusivo en tres contribuciones: Transporte neoclásico, transporte anómalo por modos de gradiente de la temperatura iónica en la región de confinamiento del plasma y por modos magnéticos de intercambio en la región de la periferia del plasma.

Las contribuciones al campo eléctrico radial son, según la Ec. 3.11, el gradiente de la presión y los flujos toroidal y poloidal. Así, la cizalla de cualquiera de estos términos puede ser responsable de la cizalla del flujo de velocidad ExB necesario para reducir o eliminar localmente la turbulencia. El flujo de velocidad poloidal, V_θ , puede ser necesario para explicar la gran excursión encontrada en los valores de V_θ , en algunos experimentos, en el prelude de la formación de la barrera interna de transporte (e.g. [Bell et al., (1998)]). La dinámica asociada al flujo de velocidad poloidal podría justificar un nuevo capítulo. Dicho flujo se cree, no obstante, mucho más importante en la formación de barreras en el borde del plasma que en su interior y se va a prescindir de él en este estudio.

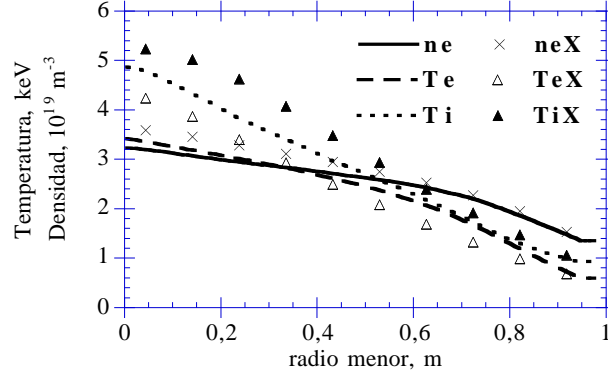


Figura 5.1: Perfiles en equilibrio de n_e (línea sólida), T_e (trazos largos) y T_i (trazos cortos) calculados con el código de transporte, y perfiles de n_e (aspas), T_e (triángulos huecos) y T_i (triángulos llenos) correspondientes a la descarga TFTR n° 42992 en $t=3,80$ s. Los parámetros del cálculo/descarga son: radio menor $a=0,93$ m; radio mayor $R_0=2,60$ m; campo magnético toroidal $B=3,76$ T; corriente total del plasma $I_p=1,5$ MA; energía de las partículas del haz $E_0=101$ keV; potencia de NBI $P_{NBI}=9,15$ MW.

Al igual que se ha hecho en el capítulo 4, los coeficientes de transporte se corrigen con factores multiplicativos (Sec. 4.1) para conseguir un acuerdo razonable con los perfiles experimentales. El estudio empieza, pues, por ajustar los coeficientes de transporte. La figura 5.1 muestra una comparación entre los perfiles obtenidos con nuestro código de transporte (líneas) y los perfiles de la base de datos de ITER para la descarga n° 42992 de TFTR en modo L (símbolos), que muestra el grado de aproximación con el que nos hemos contentado ya que no estamos intentando un modelado detallado del transporte, las pérdidas por radiación, las condiciones de contorno, etc. De esta comparación hemos obtenido los factores multiplicativos: 0,15 para la difusividad de las partículas; 0,6 para la conductividad térmica electrónica; 0,4 para la conductividad térmica iónica y 100 para el transporte anómalo en la periferia.

La dependencia del tiempo de confinamiento de la energía con la potencia de NBI encontrada para el modo L con este sistema de ecuaciones se muestra en la figura 5.2. τ_E se calcula en el modelo con la expresión

$$\tau_E = \int_0^a \frac{(W_e + W_i) V' dr}{P_e + P_i - \frac{d(W_e + W_i)}{dt}} \quad (5.2)$$

y se compara con el τ_e ITER89 dado por la fórmula

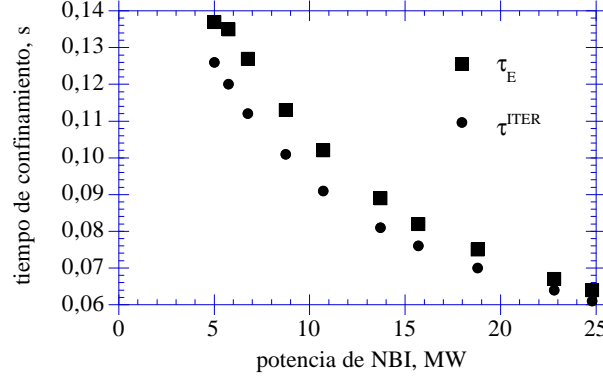


Figura 5.2: Escalado del tiempo de confinamiento de la energía frente a la potencia de NBI obtenido en los cálculos con el modelo de transporte (cuadrados). Los datos se ajustan bien a $P_{NBI}^{-0,5}$. Para poder comparar, se muestran también los valores de ITER89 (puntos). Parámetros: $a=0,82$ m; $R_0=2,60$ m; $B=5,0$ T; $I_p=2,0$ MA.

$$\tau^{ITER} = 0,032 I_p \sqrt{\frac{A_{ip} \kappa}{|Q^{TOT}|}} (aB_0)^{0,2} R_0^{1,2} (a\bar{n}_e)^{0,1} \quad (5.3)$$

En estas expresiones, $W_{e(i)}$ es el contenido energético del canal electrónico (iónico), $P_{e(i)}$ es la potencia de NBI electrónica (iónica), I_p es la corriente del plasma, a es el radio menor del tokamak, R_0 el radio mayor, A_{ip} es la masa del isótopo principal, Q^{TOT} es la energía total contenida en el plasma y κ es la elongación del plasma.

5.2. Propiedades del proceso de la transición

El propósito de esta sección es verificar que la presente realización del modelo hereda todas las características básicas del proceso de transición según lo estudiado en los capítulos 3 y 4, lo que lo pondría en acuerdo cualitativo con las observaciones experimentales. Recuérdese que el término diamagnético del campo eléctrico radial es responsable del sostenimiento de la transición porque, tras ella, aumenta dando lugar a una cizalladura ExB aún mayor. Sólo teniendo en cuenta dicho término (i.e., en ausencia de un momento toroidal o poloidal neto) encontramos que: (i) la potencia inyectada al sistema es un parámetro de control para la transición, pudiéndose definir un umbral, P_u ; (ii) la transición se produce en una escala de tiempo muy rápida y luego se ensancha la barrera de transporte en una escala de tiempos difusiva; (iii) la competición entre el gradiente y la curvatura del perfil de la presión provoca oscilaciones, o irrupciones, del nivel de fluctuaciones en la región

donde el cizallamiento y el crecimiento están próximos, con un umbral para su aparición, $P_{osc} < P_u$; y (iv), el sistema presenta histéresis, con un umbral alto para la transición directa (RS-ERS) y un umbral bajo para la transición inversa. Estos efectos se repasan muy brevemente en las subsecciones siguientes. Previamente debe recordarse que, aparte de a los detalles de las ecuaciones de transporte, los resultados numéricos son sensibles a las incertidumbres en la evolución del nivel de fluctuaciones, i.e., el parámetro de supresión, α_2 , la magnitud de ε (factores en el transporte) y γ_0 . Por lo tanto, las soluciones al sistema de ecuaciones (e.g., tiempos de confinamiento, potencias umbral, etc.) tienen importancia cuantitativa especialmente en los cálculos comparables.

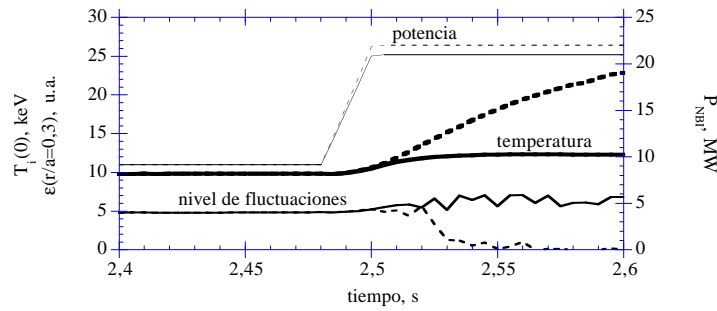


Figura 5.3: Señales temporales de la temperatura central iónica y del nivel de fluctuaciones de la densidad, en $r/a=0,3$, en respuesta a aumentos de la potencia de NBI desde 9,15 MW hasta 21 MW (líneas continuas) y 22 MW (discontinuas), en una configuración RS. Parámetros: $a=0,93$ m; $R_0=2,60$ m; $B=4,62$ T; $I_p=1,58$ MA; $E_0=101$ keV.

5.2.1. La potencia inyectada como parámetro de control

En la Fig. 5.3 se comparan las señales temporales de dos cálculos idénticos hasta $t=2,48$ s, momento en que la potencia de NBI se eleva, en 0,1 s, hasta 21 MW (línea continua) y 22 MW (discontinua). En el caso de 22 MW se produce la transición al régimen de confinamiento mejorado, lo que puede verse tanto en la caída del nivel de fluctuaciones en la posición radial $r/a=0,3$ (cerca de la posición de inicio de la transición) como en el aumento de la temperatura central iónica. El caso de 21 MW permanece en modo RS, si bien el sistema entra en la fase oscilatoria debido a la proximidad a P_u . En este caso, la difusión de la corriente acaba llevando al sistema a una configuración de cizalla magnética normal, alejándolo de la condición crítica para la transición.

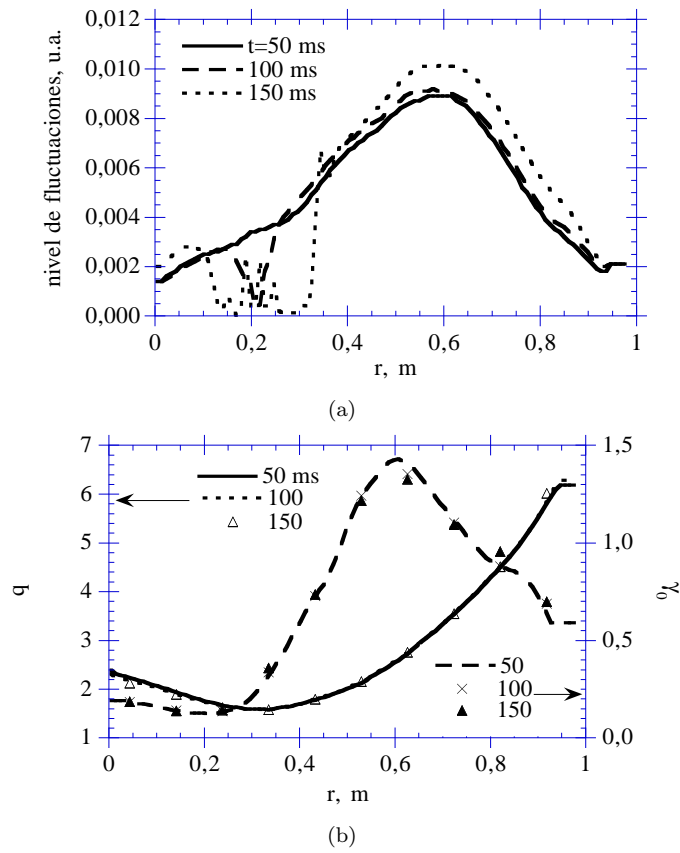


Figura 5.4: Perfiles del nivel de fluctuaciones (a), el factor de seguridad q y γ_0 (b) antes, durante y después de una transición provocada por un aumento de la potencia de NBI desde 9,15 MW hasta 21 MW, cuando $t=0,1$ s, en una configuración RS. Parámetros: $a=0,93$ m; $R_0=2,60$ m; $B=4,62$ T; $I_p=1,58$ MA.

5.2.2. Escala de tiempos de la transición y de la difusión

En la figura 5.4 se dibuja el perfil de ε antes, durante y después del momento de la transición ($t=0,1$ s, coincidente con la subida de la potencia). Primero, el nivel de fluctuaciones desarrolla una depresión donde se da la condición crítica $\omega_s \approx \gamma$. A continuación, el aumento consecuente del perfil de la presión causa el ensanchamiento de la barrera de transporte hacia ambos lados. La Fig. 5.4b muestra los perfiles del factor de seguridad, q , y de γ_0 correspondientes a la Fig. 5.4a. Observamos que la barrera de transporte se ha originado donde se da el mínimo de γ_0 , dentro de la posición de inversión de la cizalla magnética, r_s , pero se extiende luego hasta, aproximadamente, r_s . Nótese que q y γ_0 tan apenas cambian durante el desarrollo de la barrera de transporte. Las escalas de tiempo asociadas al proceso de transición (sea lo que cuesta que el ε local se extinga) y al ensanchamiento de la barrera son claramente distintas, como se aprecia en las señales temporales de ε en diferentes posiciones radiales correspondientes a la Fig. 5.4 (Fig. 5.5). La transición se inicia en $r/a=0,2$ en menos de 1 ms, propagándose luego en una extensión de tiempo de unos 50 ms. Se encuentra, en suma, que la escala de tiempos de la transición es mucho más rápida que la de la difusión de acuerdo con los términos que gobiernan cada proceso, i.e., γ^{-1} para el nivel de fluctuaciones y τ_E para el transporte. Esta separación de escalas temporales es, en definitiva, lo que garantiza que la dinámica de la transición venga esencialmente dada por la evolución de ε con independencia de los detalles del transporte.

5.2.3. Irrupciones del nivel de fluctuaciones en las regiones cuasi críticas

La señal más externa ($r/a=0,35$) de la Fig. 5.5, correspondiente al borde de la barrera, muestra un comportamiento del nivel de fluctuaciones (recuérdese que se trata de su envolvente) muy irregular. En la región interior a la barrera también se aprecian irrupciones, aunque menores, que se deben a las escalas rápidas de tiempo asociadas a la evolución de ε ($\sim 10^5 \text{ s}^{-1}$) y al desarrollo de un perfil de la presión escalonado. Una irrupción del nivel de fluctuaciones causa un transporte local muy elevado que puede llegar a superar al transporte pretransición. Por lo tanto, estas irrupciones pueden aplanar el perfil de la presión en una pequeña región acotada por curvaturas muy altas, lo que provoca una interacción muy fuerte entre los términos ∇P y $\nabla^2 P$ de la tasa de cizallamiento dando lugar a la propagación de las irrupciones, o pulsos en el nivel de fluctuaciones, según el mecanismo explicado en la sección 4.4. El papel importante de los términos de curvatura en los modelos de bifurcación del tipo de [Hinton (1991)] ha sido enfatizado por [Taylor et al. (1998)], quienes indican que las condiciones críticas para la bifurcación ya no son de carácter local si la curvatura de, p.ej., la densidad, es capaz de reducir el transporte. Tanto en dicho estudio como en el presente trabajo es fundamental una dependencia entre el flujo y el gradiente que lo origina del tipo del presentado en la Fig. 3.2 . En definitiva, el comportamiento oscilatorio muestra las características

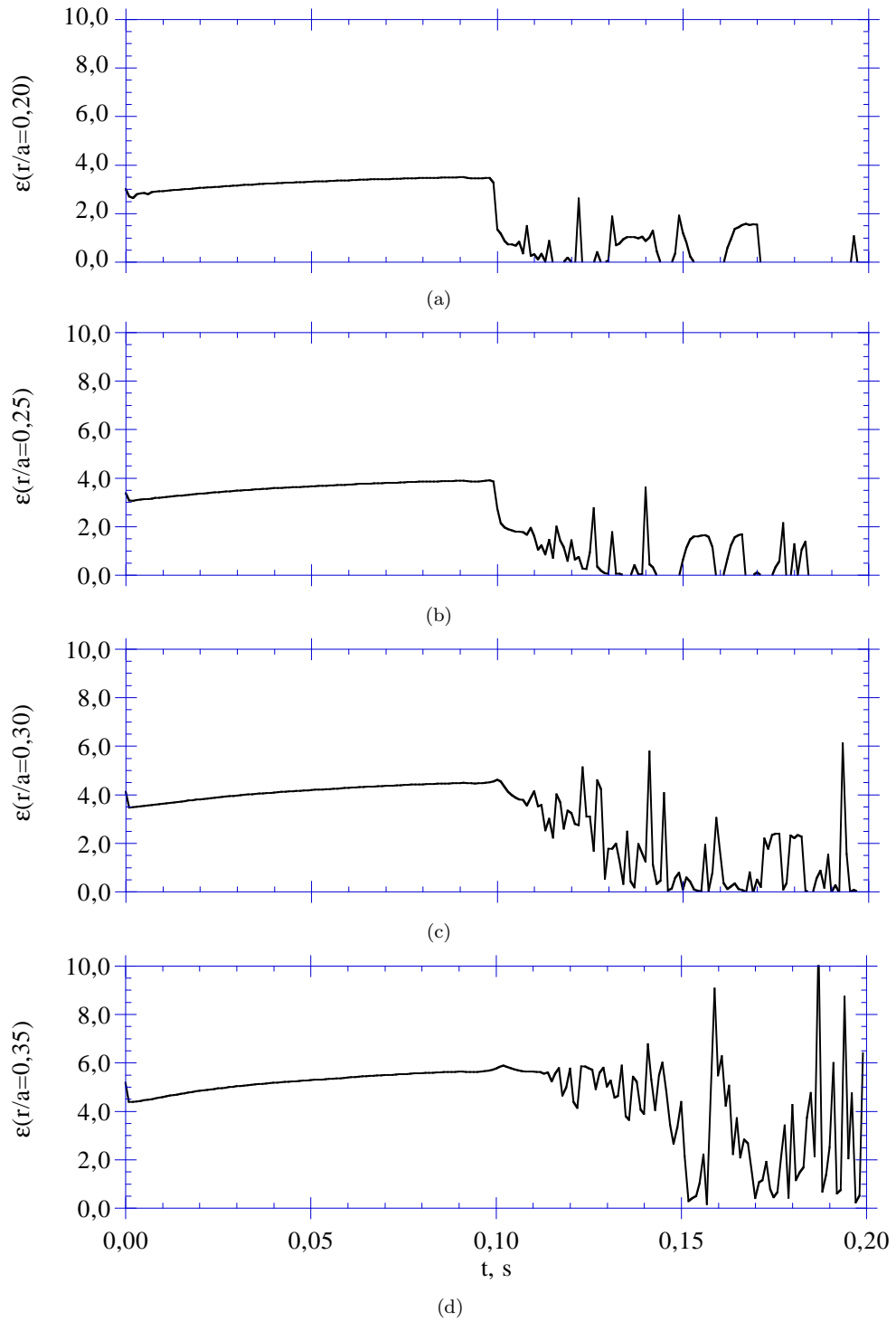


Figura 5.5: Señales temporales de la envolvente del nivel de fluctuaciones correspondientes a la Fig. 5.4 (unidades multiplicadas por 1000), en diferentes posiciones radiales. La potencia salta de 9,15 MW a 21 MW cuando $t=0,10$ s.

encontradas con el modelo del capítulo 4, indicando que la dinámica es la discutida allí, la cual es, a su vez, compatible con los resultados analíticos del capítulo 3. Por ejemplo, el umbral de ϱ para la aparición de las oscilaciones se encuentra también en valores próximos y algo inferiores a $1/3$. Esto es, una vez más, consecuencia del desacoplo entre la dinámica del transporte y la dinámica de ε en una escala de tiempos del orden de γ^{-1} .

5.2.4. Histéresis del sistema

La reducción del transporte en la región donde se ha suprimido la turbulencia tras la transición permite gradientes de la presión más pronunciados para una potencia de NBI dada, permitiendo así un P_u menor para la transición inversa. La Fig. 5.6 muestra los resultados de un cálculo en que la potencia, tras producirse la transición, se hace disminuir hasta el valor inicial. El contenido energético del plasma se reduce correspondientemente pero permanece por encima de los valores pretransición, indicando que la transición inversa no se ha producido.

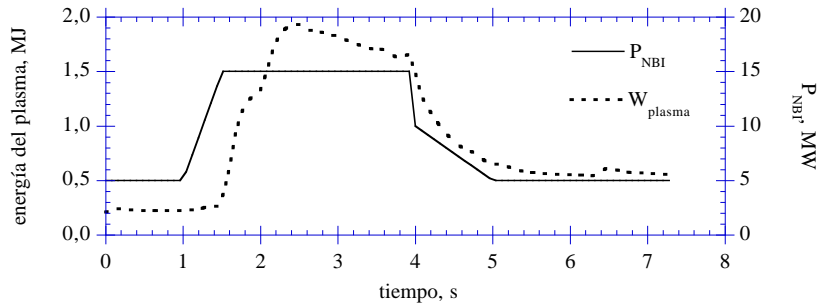


Figura 5.6: Efecto de histéresis en la energía total del plasma, $W_{\text{plasma}} = (3/2) \int (T_i n_i + T_e n_e) dV$, en un cálculo con parámetros $a=0,82$ m; $R_0=2,60$ m; $B=5,0$ T; $I_p=2,0$ MA; $E_0=110$ keV. La potencia de NBI se aumenta para provocar la transición, devolviéndose luego a su valor inicial.

5.3. Efecto del perfil de deposición de NBI en la transición

Empezaremos por investigar la respuesta de la deposición de energía del NBI a un aumento grande de la densidad en la región de deposición, como sucedería al producirse la transición. Si la deposición se desplaza hacia el exterior debido a la densificación del centro del plasma, los flujos de partículas y energía dentro de la posición de inversión de cizalla magnética (donde el crecimiento de las

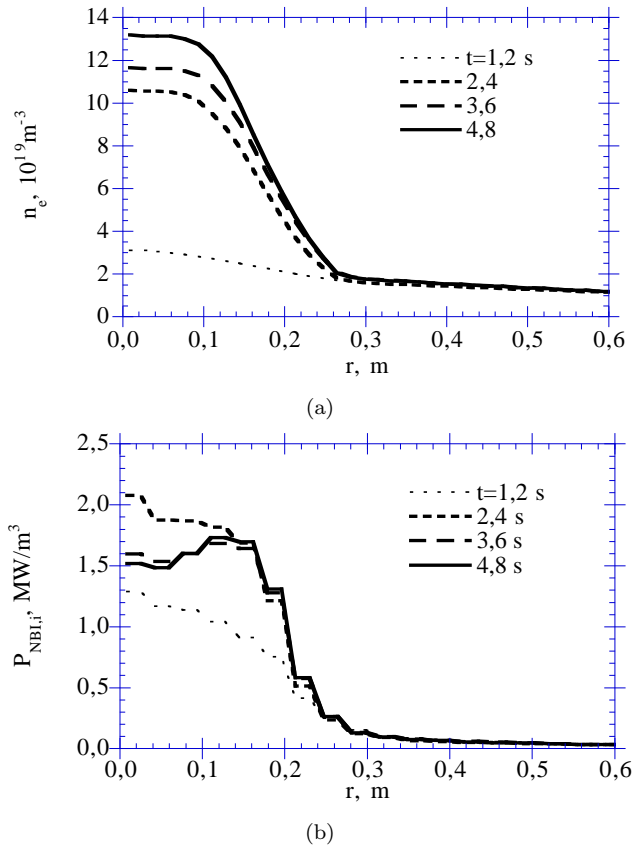
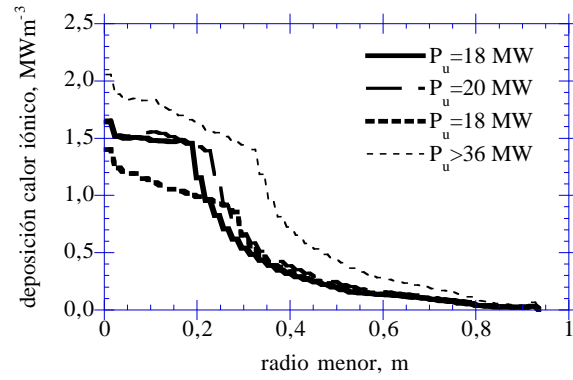


Figura 5.7: Efecto de la densidad en la deposición de potencia de NBI. El cálculo se inicia con un equilibrio en modo RS ($P_{NBI}=7$ MW) alcanzado cuando $t=1,2$ s. Luego se aumenta P_{NBI} cuando $t=1,25$ s para provocar la barrera de transporte, permitiendo así una gran acumulación de partículas (a) en la región donde se deposita la potencia (b). El equilibrio magnético se mantiene constante para permitir presiones superiores al límite de estabilidad. Parámetros: $a=0,82$ m; $R_0=2,60$ m; $B=5,0$ T; $I_p=2,0$ MA.

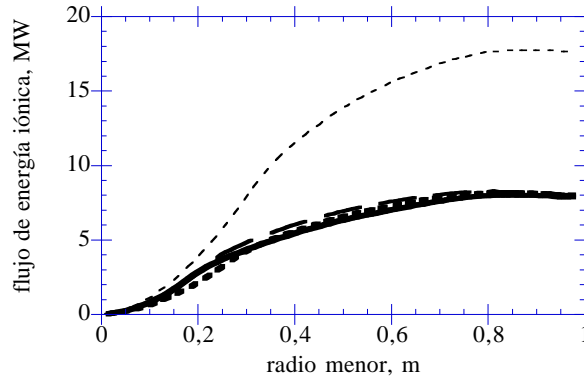
inestabilidades que generan la turbulencia es menor) podrían disminuir considerablemente, causando eventualmente una transición inversa. Los perfiles de la Fig. 5.7 se han obtenido forzando el sistema a la transición mediante un salto de la potencia cuando $t=1,25$ s. La potencia de NBI se mantiene constante a partir de entonces, dejando que el sistema evolucione. La reducción del transporte en el centro del plasma hace que la densidad crezca hasta cuatro veces su valor inicial pre-transición (Fig. 5.7a). En efecto, se observa que el pico del perfil de calentamiento por NBI se desplaza hacia afuera (Fig. 5.7b). Por otro lado, los efectos añadidos de histéresis (que baja el umbral de potencia de la transición inversa) y de aumento de la corriente de autocebado (que favorece el estado RS, disminuyendo también P_u) hacen que este mecanismo para causar una transición inversa resulte muy improbable.

Por contra, el P_u directo es sensible al perfil de deposición (Fig. 5.8a). Hemos realizado barridos para determinar P_u manteniendo todas las condiciones iguales menos la huella del NBI (sección transversal de la deposición de las partículas del haz en la sección transversal del plasma) para obtener los umbrales de la potencia de transición que corresponden a anchuras del perfil de deposición $W_S=0,20$ (línea sólida), $0,25$ (trazos largos), $0,30$ (trazos cortos) y $0,35$ m (trazos cortos finos). Estas anchuras pueden visualizarse aproximadamente en los codos de los perfiles en la Fig. 5.8a. El barrido depende de los detalles del modelo de NBI, puesto que un cambio en la huella puede cambiar la penetrabilidad del haz. No obstante, encontramos (Fig. 5.8b) que P_u no sólo depende de la potencia depositada, sea dentro de la posición de inversión de cizalla ($0,30 < r < 0,34$ m), según se inferiría de los tres casos con menor anchura y según los resultados del modelo analítico (ver Ec. 3.22). El caso con la mayor anchura de deposición presenta un umbral $P_u > 36$ MW, a comparar con los umbrales ≈ 20 MW de los otros casos, aun cuando la potencia depositada en el centro del plasma es mayor. El gradiente máximo de la presión en los cuatro casos se encuentra localizado entre $r=0,24$ y $r=0,28$ m, luego dentro de la posición de inversión de cizalla. Esto significa que nuestra dependencia de la tasa de crecimiento lineal con la cizalla magnética (i.e. γ_0) no alinea la posición de inversión de cizalla con el mayor gradiente de presión. Puesto que la tasa de crecimiento viene modulada no linealmente por el perfil de q , el cual depende más de la geometría magnética que de la deposición de potencia, se sugiere que la densidad de potencia integrada dicta P_u mientras el pico de la deposición se encuentre dentro de la región de máximos gradientes, lo que puede conseguirse con anchuras de deposición inferiores a un cierto valor ($W_S < 0,35$ en este ejemplo).

Por último, se encuentra que una tasa lenta de aumento de la potencia aumenta el umbral P_u . El cálculo de la Fig. 5.9a simula, desde $t=0$ hasta $t=0,09$ s, un plasma en estado RS de TFTR con $P_{NBI}=9,15$ MW. A continuación, la fuente de potencia por NBI se aumenta linealmente entre $t=0,09$ s y $t=0,10$ s hasta distintas cotas. Las tasas de aumento correspondientes son tan grandes que, en una escala de tiempos del orden del tiempo de confinamiento de la energía, puede considerarse que la potencia inyectada salta discontinuamente desde el valor bajo



(a)



(b)

Figura 5.8: (a) Perfiles de deposición de NBI, con diferentes anchuras de deposición, a la potencia umbral justo antes de la transición RS-ERS; y (b) flujo iónico integral correspondiente. La potencia de NBI salta en todos los casos desde 9,15 MW hasta el valor indicado. Parámetros: $a=0,93$ m; $R_0=2,60$ m; $B=4,62$ T; $I_p=1,58$ MA y $E_0=101$ keV.

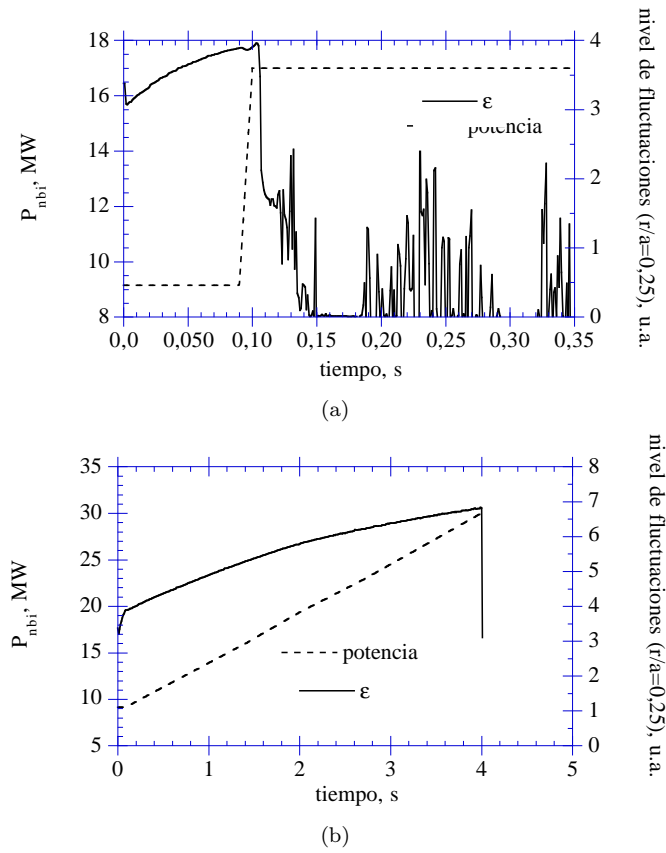


Figura 5.9: Señales temporales de la potencia de NBI y de la envolvente del nivel de fluctuaciones en $r/a=0,25$ calculadas con aumentos de la potencia rápido (a) y lento (b). Parámetros: $a=0,93$ m; $R_0=2,60$ m; $B=4,62$ T; $I_p=1,58$ MA. En ambos casos γ_0 se mantiene fijo a partir de $t=0,09$ s.

hasta la cota. De esta manera se encuentra el umbral de la transición cuando la potencia salta a $P_u=17$ MW, que es el caso mostrado. En el caso de la Fig. 5.9b el cálculo es idéntico al de la Fig. 5.9a hasta $t=0,09$ s. A continuación se aumenta la potencia de la fuente a un ritmo mucho menor, de manera que la evolución del plasma puede casi considerarse como una sucesión de estados de equilibrio, y la transición no se produce hasta que la potencia de NBI alcanza 34 MW. El cálculo acaba inmediatamente después de la transición porque la presión es tan alta que acaba con el equilibrio magnético. Para evitar las diferencias debidas a la relajación del perfil de la corriente que se hubieran dado en el caso (b), su efecto en el nivel de fluctuaciones (i.e. γ_0) se ha mantenido fijo en ambos casos a partir de $t=0,09$ s. De no ser así, dicha relajación habría llevado al caso (b) a un régimen de cizalla normal (perfil de q monótono) y ambos casos no hubieran sido comparables. Dos explicaciones a la diferencia entre los P_u encontrados son (i) el sobreheating de temperatura iónica producido por el incremento repentino de la potencia, que puede originar transitoriamente perfiles supercríticos, y (ii) la perturbación del perfil de la presión forzada por el perfil de deposición, la cual puede causar valores del gradiente y/o la curvatura localmente elevados, también capaces de iniciar el proceso de la transición.

5.4. Efecto de la evolución de la densidad de corriente

En esta sección se investiga la relevancia del perfil de la corriente en la fase de aumento de la potencia inyectada. Existen descargas de TFTR con plasmas en modo RS que son idénticas dentro de los márgenes de control del modo de operación y, sin embargo, muestran comportamientos divergentes (i.e., algunas bifurcan al estado ERS y otras no) como se esperaría de un fenómeno de transición de fase cerca del punto crítico. Hemos visto que tal es el caso con la potencia inyectada (Fig. 5.3). Ahora llevaremos el sistema a estados RS ligeramente distintos, o sea, con distintos perfiles de la densidad de corriente, previos al incremento de la potencia. En TFTR se logran perfiles huecos de la corriente calentando intensamente el plasma durante la fase de calentamiento óhmico, cuando se incrementa la corriente total del plasma en la fase de arranque de la descarga. El propósito aquí no es modelar este proceso sino alcanzar el estado RS de manera que pueda considerarse un estado cuasi estacionario con respecto a un tiempo de confinamiento de la energía. Para ello llevamos lentamente el sistema desde un equilibrio en modo L hasta el estado RS. El cálculo consiste en una fase de “arranque” del sistema durante la que aumentamos linealmente el campo magnético y la corriente total del plasma desde $B=3,76$ T; $I_p=1,50$ MA (parámetros de la descarga de TFTR n° 42992) en $t=0,1$ s hasta $B=4,62$ T; $I_p=1,56$ MA (parámetros de TFTR n° 84011) en $t=2,1$ s manteniendo constante la potencia de NBI ($P_{NBI}=19,7$ MW). A partir de $t=0,1$ s también imponemos un perfil gaussiano del forzado de la corriente, desplazado del eje magnético, para imponer un perfil hueco en la densidad de corriente toroidal (Fig. 5.10a). El resultado es el tipo de perfil característico de

los plasmas en estado RS.

A consecuencia del cambio en el perfil de la corriente, la tasa de crecimiento de la inestabilidad lineal se modifica a través de γ_0 (Fig. 5.10b) implicando una reducción del transporte anómalo en la región central. La Fig. 5.10c muestra cómo los valores centrales de la densidad y la temperatura aumentan con el tiempo siguiendo la modificación de γ_0 , así como el aumento del valor central de q debido a la disminución de la corriente en el eje magnético. Esta figura sirve para ilustrar hasta qué punto la modificación del perfil de la densidad de corriente afecta a otros perfiles en nuestro modelo de transporte. El estado final así obtenido se usará para estudiar la evolución del plasma en casos de condiciones idénticas exceptuando el perfil de la corriente.

Para ello (Fig. 5.11), atenúamos la fuente externa de densidad de corriente en momentos distintos manteniendo constante la corriente total del plasma ($I_p=1,56$ MA). En ambos casos la potencia se incrementa hasta 24,6 MW entre $t=2,4$ y $t=2,5$ s (línea amarilla). Como se aprecia en las señales temporales de la temperatura iónica, sólo un caso bifurca al estado ERS. En la Fig. 5.12a se muestran los perfiles de la densidad de corriente correspondientes a la Fig. 5.11 cuando se inicia el incremento de la potencia ($t=2,4$ s). El caso que bifurca muestra un perfil de la corriente ligeramente desplazado hacia fuera, lo que ha bastado para favorecer la transición. Tras ella, y aunque la corriente se difunde en ambos casos, la corriente de autocebado originada por el elevado gradiente de densidad es capaz de mantener hueco el perfil de la corriente en el caso que ha bifurcado (Fig. 5.12b). Este fenómeno también ha sido observado experimentalmente [Ozeki et al. (1997)]. Estos resultados indican sensibilidad a las modificaciones del perfil de la corriente, el cual afecta a los valores locales relevantes para disparar la transición (e.g. el cociente ω_s/γ o los gradientes termodinámicos), sugiriendo que las técnicas de forzado de corriente toroidal, tales como el uso de haces de iones negativos [Ushigusa et al. (1996); Oikawa et al. (1998)] y de ondas rápidas [Jaegger et al. (1993); Jaegger et al. (1998)], son herramientas fundamentales para estudiar rutas al confinamiento mejorado. Otra consecuencia de estos resultados es que los barridos de potencia umbral en plasmas RS pueden verse afectados por la fase de aumento de la corriente durante el arranque, pudiéndose llevar el plasma hasta estados previos al incremento de la potencia externa ligeramente distintos aunque el perfil de la deposición de la potencia se conozca con precisión.

Por último compararemos la evolución del plasma durante la transición con y sin evolución de la densidad de corriente. Este caso corresponde al modelo de transición/transporte descrito en el capítulo 4. El motivo de esta comparación es comprobar si la modificación de γ_0 con el cambio de los perfiles durante la transición es capaz de evitar o modificar el automantenimiento de la transición. Para ello compararemos dos casos (Fig. 5.13a) con estados RS iniciales idénticos hasta $t=0,09$ s. Durante los siguientes 0,01 s se aumenta linealmente la potencia de NBI hasta 17 MW, que es la potencia umbral para el caso en que la corriente sigue evolucionando (línea continua). En el otro caso se congela el perfil de la corriente en $t=0,09$ s (línea discontinua) y no se produce la transición. Sin embargo, cuando

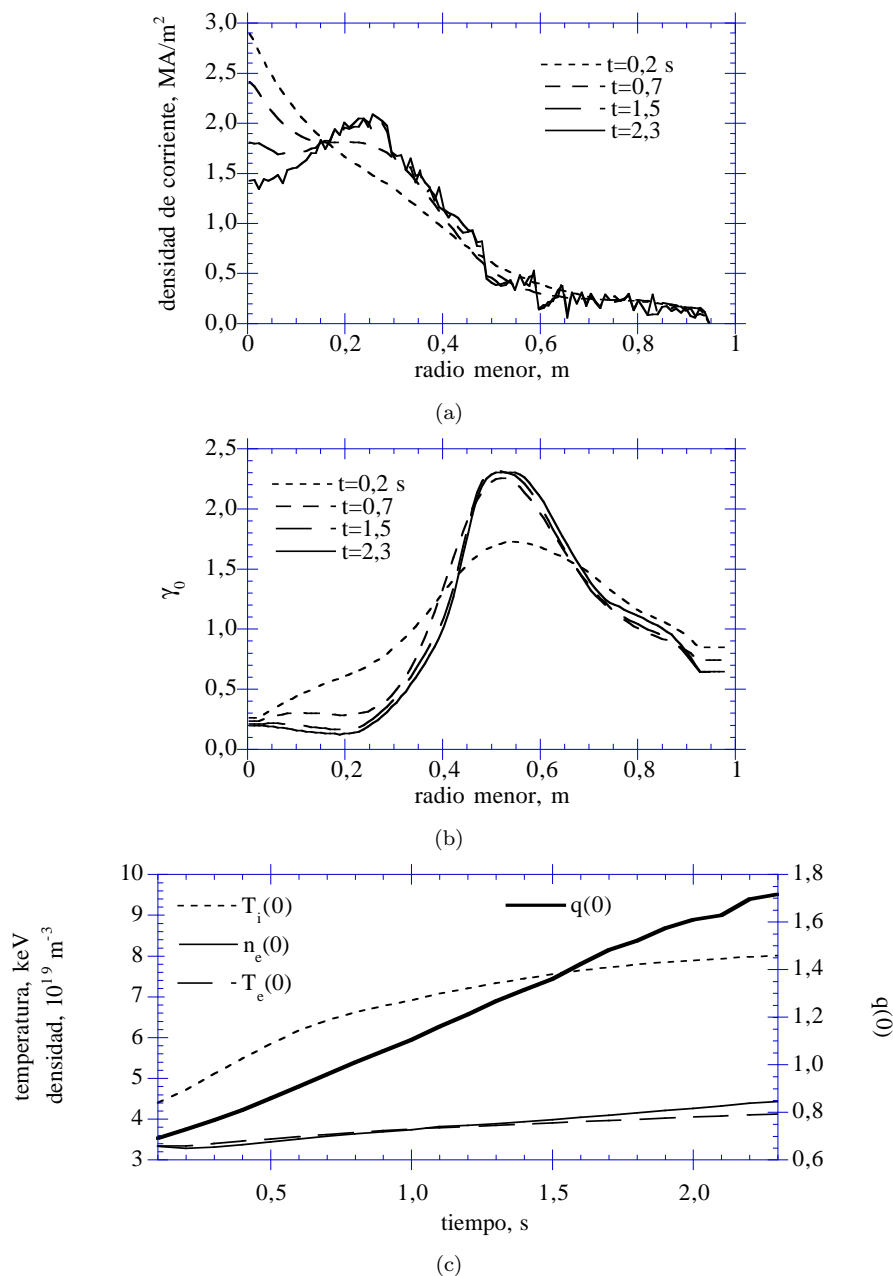


Figura 5.10: Simulación de la fase de arranque para alcanzar un estado RS cuasi-estacionario. El cálculo se inicia con las condiciones correspondientes a la descarga de TFTR n° 42992, tomadas en $t=3,80$ s (ver Fig. 2.3). A continuación, el sistema se lleva lentamente hasta obtener las condiciones de la descarga TFTR n° 84011. (a) El perfil de la corriente se modifica imponiendo una fuente de corriente de perfil gaussiano centrada en $r=0,25$ m, (b) lo que modifica el forzado lineal de la turbulencia γ , y, consecuentemente, (c) los valores centrales de la densidad, la temperatura y q .

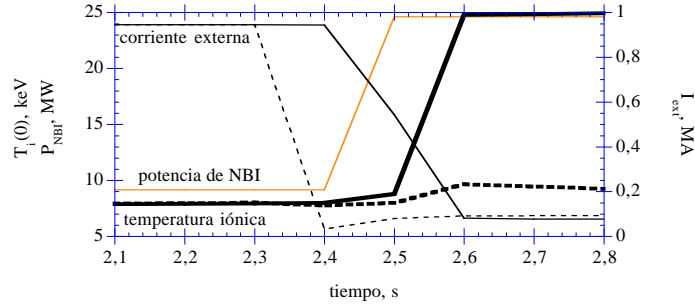
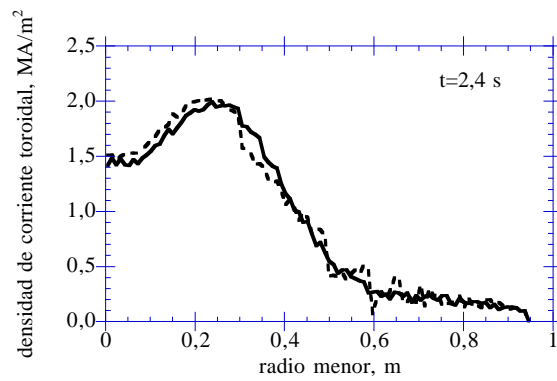


Figura 5.11: Señal temporal de la temperatura iónica central para un caso en que el forzado del perfil hueco de la corriente se atenúa antes (líneas discontinuas) y en el momento (líneas continuas) del aumento de la potencia (ver también la Fig. 5.12a). La corriente total del plasma se mantiene constante en todo el proceso, $I_p=1,56$ MA. Los dos casos son continuación del mostrado en la Fig. 5.10.

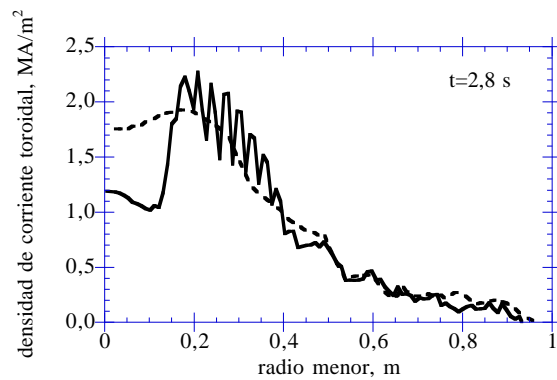
se repiten los cálculos pero subiendo hasta 18 MW (Fig. 5.13b) ambos casos, con y sin evolución de la corriente, muestran un comportamiento similar según se aprecia en la señal temporal del nivel de fluctuaciones en $r/a=0,25$. Por lo tanto, la evolución del perfil de q causa un pequeño cambio en el umbral de la transición pero sin cambiar su dinámica. Este efecto es equivalente a la sensibilidad al perfil de q explicado arriba. Por otro lado, el que la dinámica de la transición no se modifique por tener, o no, evolución de la corriente (de la geometría magnética) proviene una vez más de que las escalas de tiempo asociadas a la evolución de la turbulencia (escalas de tiempo de la tasa de crecimiento) son mucho más rápidas que las escalas de tiempo asociadas a la difusión de la corriente (escalas del transporte). En el caso estudiado ahora, la evolución de ε en las escalas de tiempo relevantes para la dinámica de la transición está desacoplada de la evolución de la densidad de corriente. Desde este punto de vista puede considerarse este modelo como una extensión, mas no una modificación, del expuesto en el capítulo 4.

5.5. Efecto del momento toroidal inducido por NBI

Los casos discutidos hasta ahora han sido calculados sin momento toroidal inducido neto. Los haces de neutros desequilibrados pueden afectar al proceso de la transición tanto por la contribución de la velocidad toroidal al campo eléctrico radial como por la corriente inducida por el haz. Los cálculos siguientes se comienzan ($t=0$) con un plasma en estado RS, el cual se deja relajar durante un tiempo breve (hasta $t=0,09$ s) hasta que se aumenta la potencia de NBI (Fig. 5.14a). Los tres casos se diferencian por el valor del parámetro f_{co} , que controla la fracción de la potencia total del haz que se coinyecta, esto es, el tanto por uno de la potencia



(a)



(b)

Figura 5.12: Perfiles de la densidad de corriente antes (a) y después (b) de aumentar la potencia de NBI, desde 9,15 hasta 24,6 MW, en los dos casos de la Fig. 5.11

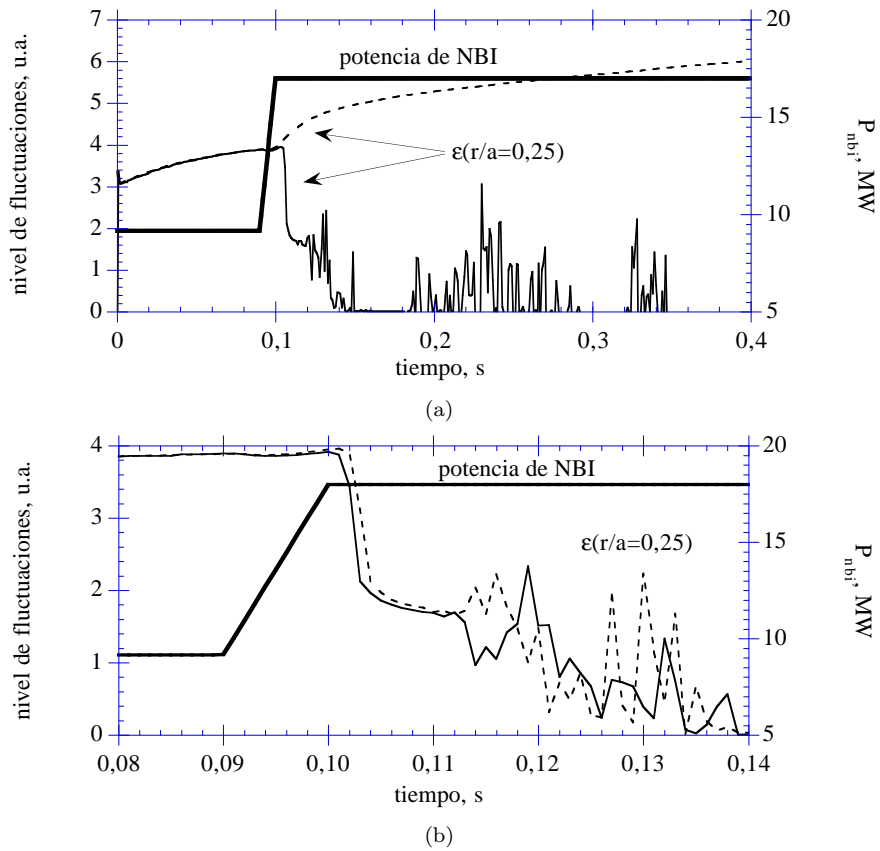


Figura 5.13: (a) Evolución temporal del nivel de fluctuaciones dentro de la posición de inversión de cizalla magnética cuando la potencia de NBI aumenta desde 9,15 MW hasta 17 MW en cálculos con (línea sólida) y sin (línea discontinua) evolución de la corriente desde el inicio del aumento de la potencia. (b) El mismo cálculo se ha efectuado con un incremento de la potencia hasta 18 MW, obteniéndose básicamente el mismo resultado con evolución de la corriente que sin ella.

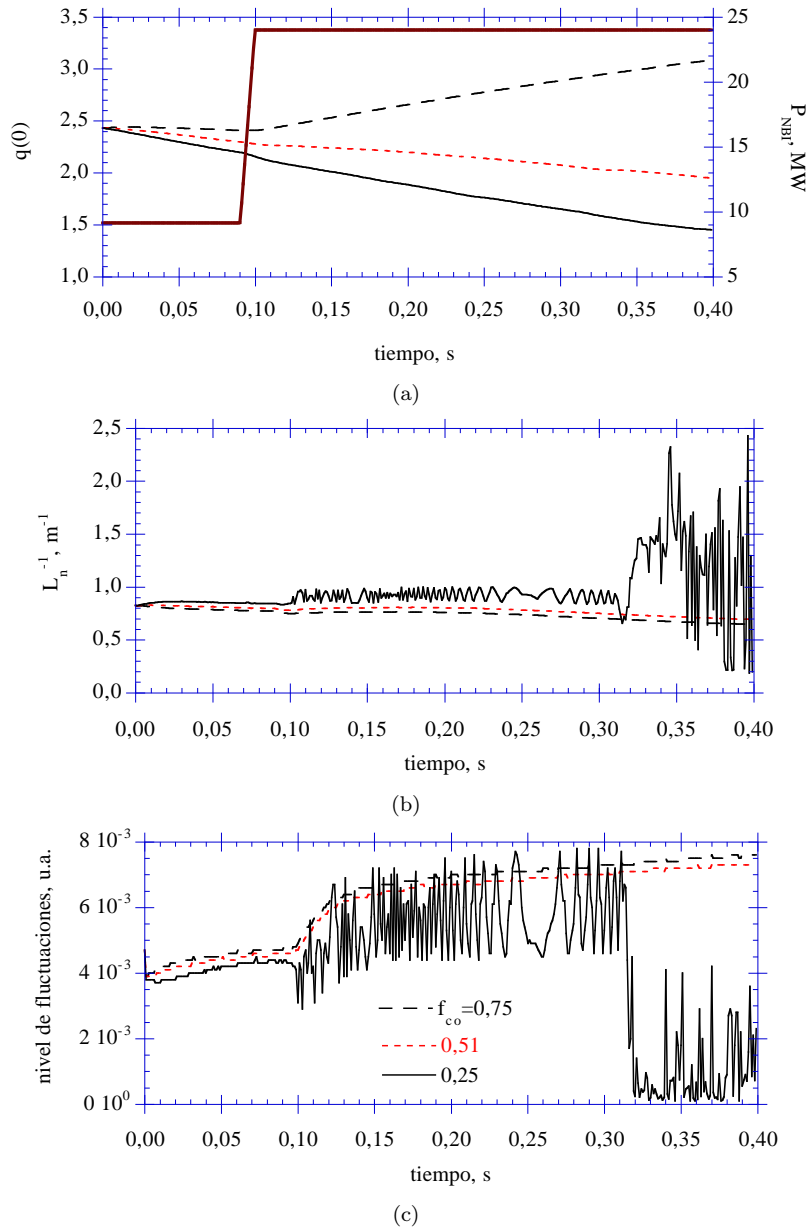


Figura 5.14: Evolución temporal del valor de q en el eje magnético (a), del inverso de la longitud de escala asociada al gradiente de la densidad en $r/a=0,30$ (b) y del nivel de fluctuaciones en $r/a=0,30$ (c) en respuesta a un salto de la potencia de NBI inyectada al sistema. Se comparan tres casos diferenciados por el grado de coinyección del haz de neutros: coinyección al 75 % (línea discontinua); haces casi equilibrados (línea punteada) y coinyección al 25 % (línea continua). Parámetros de la simulación: $a=0,93$ m; $R_0=2,60$ m; $B=4,62$ T; $I_p=1,58$ MA; $E_0=101$ keV.

que se inyecta tangencialmente al plasma con la orientación del campo magnético. La corriente total del plasma se mantiene constante en estos cálculos. En los casos desequilibrados, $f_{co}=0,75$ (línea discontinua) y $f_{co}=0,25$ (línea continua), las altas temperaturas centrales (~ 10 keV) provocan que la corriente inducida por el haz sea máxima fuera del eje magnético. Por este motivo, la redistribución de la corriente del plasma en el caso dominado por la coinyección es tal que la densidad de corriente central disminuye, aumentando así $q(0)$. Lo opuesto sucede cuando $f_{co}=0,25$. En el caso equilibrado (línea punteada), el perfil RS se relaja dando también lugar a un aumento de la densidad de corriente central. En consecuencia, el estado RS es favorecido por la coinyección. Por otro lado, los gradientes de temperatura y densidad se ven favorecidos por la contraínección porque la contribución diamagnética y la de la velocidad toroidal al campo eléctrico radial son cooperativas, incrementando así la tasa de cizallamiento (lo que reduce el nivel de transporte anómalo). Esto se ilustra en la Fig. 5.14b, donde se representa para cada caso de la Fig. 5.14a el inverso de la longitud de escala de la densidad, $L_n^{-1} = -(1/n)(\partial n_e / \partial r)$, en la posición radial $r/a=0,30$. Las irrupciones en el nivel de fluctuaciones observadas cuando $f_{co}=0,25$ indican que el sistema se encuentra más cercano a la transición. En todos los casos, los perfiles de densidad, temperatura y densidad de corriente se relajan con el tiempo, lo que debiera alejar al sistema de la transición. Sin embargo, el descenso de la densidad central permite un aumento de la velocidad iónica toroidal (puesto que la fuente de momento toroidal es constante) capaz, a su vez, de disparar la transición en $t=0,31$ s en el caso dominado por la contraínección, lo que explica el aumento repentino de los gradientes locales de la densidad (Fig. 5.14b). La transición es evidente en la Fig. 5.14c, donde se muestran las señales temporales de $\varepsilon(r/a = 0,30)$ correspondientes a cada caso estudiado. En definitiva, se ha encontrado que la modificación de la tasa de cizallamiento de la velocidad inducida por el haz de neutros afecta más fuertemente al nivel de fluctuaciones que la modificación de la corriente inducida asimismo por el haz. Este resultado podría cambiar con el uso de haces de neutros producidos acelerando iones negativos, con los cuales la corriente inducida por el haz puede resultar mucho mayor que en el caso estudiado.

Capítulo 6

Conclusiones

En este trabajo se ha desarrollado un modelo de transporte que incluye la dinámica de la transición entre modos de confinamiento. Esto se logra haciendo que los coeficientes de transporte dependan del nivel de turbulencia, representado a través de la envolvente del nivel de fluctuaciones de la densidad. A diferencia de los procesos de transporte, que evolucionan en una escala de tiempos típica de los procesos difusivos del plasma, el nivel de fluctuaciones evoluciona en las escalas de tiempo del crecimiento lineal de las inestabilidades microscópicas. Después de establecer el marco teórico en el que se explican la evolución del nivel de fluctuaciones y su relación con los perfiles termodinámicos del plasma, el modelo de transición/transporte se ha materializado en distintas realizaciones de complejidad creciente. Así, las facetas más significativas se han investigado primero en sistemas de transporte sencillos. En conclusión, se encuentra que:

Las facetas cualitativas básicas de la evolución de la transición, tomando los resultados experimentales como patrón, son reproducibles con un modelo simple para el gradiente de la densidad y la intensidad de las fluctuaciones, el cual incorpora la dinámica de la bifurcación en el transporte forzada por la cizalladura del campo eléctrico radial y la reducción del crecimiento de las inestabilidades pretransición a través de la reducción/inversión de la cizalladura magnética. Estas facetas básicas son:

a) Existe un umbral en el espacio de parámetros del sistema para la transición entre modos de confinamiento. Tomando la potencia total inyectada al sistema como parámetro de control, se encuentra que los valores de equilibrio del tiempo de confinamiento de la energía saltan discontinuamente al superar una potencia umbral. Otros valores integrales y locales también cambian discontinuamente al atravesar el umbral.

b) El sistema presenta histéresis. La potencia umbral para la transición directa (paso de bajo a alto confinamiento aumentando la potencia) es notablemente mayor que la potencia umbral para la transición inversa (paso de alto a bajo confinamiento disminuyendo la potencia).

c) La transición se explica por la extinción local del nivel de fluctuaciones y la consiguiente eliminación del transporte anómalo. Un proceso de retroalimentación positiva causa el ensanchamiento de la barrera de transporte desde el lugar de iniciación. El ensanchamiento depende fundamentalmente del perfil de deposición de la potencia y de la geometría magnética y el modo en que ésta afecta al crecimiento de las inestabilidades asociadas al transporte anómalo.

d) La influencia de la curvatura del perfil de la presión en la dinámica del nivel de fluctuaciones da lugar a una fase oscilatoria intercalada entre los modos de bajo y alto confinamiento en el espacio de parámetros.

Las facetas del modelo simple se confirman en modelos más detallados que permiten cotejar la teoría con aspectos más finos de las observaciones experimentales. Al tener en cuenta la evolución de las densidades de energía electrónica e iónica en un modelo básico de transporte para simular el tokamak TFTR se encuentra que:

a) El análisis dimensional (asumiendo transporte giro-Bohm y $T_e \approx \text{constante}$) indica que el umbral de la potencia debe mostrar la dependencia $P_u \propto \bar{n}B/m_i^2$, siendo \bar{n} la densidad de línea (densidad promedio) del plasma y m_i la masa del ión principal. El cálculo numérico con parámetros del tokamak TFTR resulta en el escalado $P_u \propto nB^2$, que incluye la dependencia no lineal con las longitudes de escala de los perfiles y la variación de T_e .

b) Los pulsos del nivel de fluctuaciones en la fase oscilatoria se propagan con una velocidad que depende principalmente de la tasa de crecimiento de las fluctuaciones, $V_p \sim \sqrt{\gamma}$. La fase oscilatoria presenta un umbral de potencia $P_{osc} < P_u$. En ausencia de las oscilaciones se tendría $P_u = P_{osc}$, es decir, las oscilaciones aumentan el umbral de potencia para la transición al modo de confinamiento mejorado.

La inclusión de la evolución de las fuentes de partículas y energía, de la densidad de corriente, del momento toroidal y de la geometría magnética permite inferir, además, que:

a) La potencia umbral para la transición no sólo depende de la potencia depositada dentro de una determinada superficie de flujo magnético constante, sino también de los propios perfiles de deposición.

b) Una vez que se ha formado la barrera de transporte, el alineamiento de la corriente de autocebado con la región de máximos gradientes favorece el que se mantenga la configuración con cizalla inversa y, por lo tanto, dificulta el que se dé espontáneamente un proceso de transición inversa.

c) El aumento repentino de la potencia facilita el alcanzar el estado de alto confinamiento a través de los efectos transitorios provocados por la deposición en los perfiles del plasma.

d) La evolución de la corriente, con escalas dinámicas del orden de sus tiempos de difusión, no interviene en la dinámica propia de la transición (asociada a los tiempos de crecimiento y descorrelación de las fluctuaciones). Sin embargo, la existencia de un umbral para la transición en el espacio de parámetros implica que el perfil detallado de la densidad de corriente afecta a dicho umbral. Esto le confiere

una clara importancia a las fases de arranque del plasma y a los mecanismos de control de la corriente.

e) La contrainyección de haces de neutros favorece la transición al régimen de confinamiento mejorado pese a que el estado de cizalla magnética inversa es favorecido por la coinyección. El motivo es que el poder de la fuerza de Lorentz para modificar el campo eléctrico radial y, en consecuencia, la tasa de cizallamiento de la turbulencia, es mayor que el poder de la corriente inducida en el plasma por el haz de neutros para modificar el perfil de q y reducir, en consecuencia, la tasa de crecimiento lineal de la turbulencia.

Apéndice A

Estimación del coeficiente de saturación

Al igual que en los sistemas de confinamiento magnético de campo mínimo, como los espejos magnéticos, es el momento magnético el que impone restricciones al movimiento de las partículas, en los sistemas magnéticos cerrados del tipo del tokamak las restricciones vienen de la ley de Ohm. En este caso la restricción es que, en el sistema de referencia en que el plasma está fijo, la alta conductividad del plasma implica un campo eléctrico prácticamente nulo. En el sistema de referencia del laboratorio se observa un campo eléctrico, una de cuyas consecuencias (y, por tanto, consecuencia de la ley de Ohm) es el flujo de velocidad $\mathbf{E} \times \mathbf{B}$ (Ec. 1.7). La ley de Ohm también implica que el campo eléctrico a lo largo de las líneas de campo magnético es nulo, $E_{\parallel} = 0$. Estas condiciones se relajan al incluir la resistividad del plasma:

$$\eta = \frac{m_e \nu_{ei}}{n e^2}$$
$$\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B} = \eta \mathbf{J},$$

expresión válida para baja colisionalidad del plasma ($T \leq 1keV$). Ahora, el equilibrio de fuerzas para los electrones a lo largo de las líneas de B (equilibrio longitudinal) da

$$m_e \frac{dv_{\parallel}}{dt} = -eE_{\parallel} - m_e \nu_{ei} v_{\parallel} - \frac{\nabla_{\parallel} P_e}{n_e},$$

donde $P_e = n_e T_e$. Gracias a la alta movilidad de los electrones podemos suponer que, a lo largo de B , $T_e \approx \text{constante}$. Despreciando la inercia electrónica y la colisionalidad es fácil integrar el movimiento paralelo y hallar, en la aproximación lineal, que una perturbación $\tilde{\phi}$ al potencial produce una perturbación en la densidad:

$$\frac{\tilde{n}}{n_0} \approx \frac{|e|\tilde{\phi}}{T_e} \quad (\text{A.1})$$

En cuanto a los iones, debido a su inercia grande, la fuerza que los domina es la eléctrica, es decir, su deriva dominante es $\mathbf{v}_{E \times B}$ donde $\mathbf{E} = -\nabla\phi$. El término de saturación no lineal para las fluctuaciones vendrá dado, justamente, por el término no lineal en la ecuación del movimiento de los iones, i.e., el término convectivo. Considerando dicho término y la deriva ExB se tiene

$$\begin{aligned} \frac{1}{n_0} \frac{\partial \tilde{n}}{\partial t} &= \frac{1}{n_0} (\tilde{v}\nabla)_r \tilde{n} \\ (\tilde{v}_{E \times B})_r &= \frac{\tilde{E}_\theta B}{B^2} = \frac{\tilde{E}_\theta}{B} \approx \frac{k_\theta \tilde{\phi}}{B} \end{aligned}$$

de donde, junto con la Ec. A.1, se obtiene la parte no lineal en la evolución del nivel de fluctuaciones,

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\tilde{n}}{n_0} \right) \approx \frac{T_e k_\theta \tilde{n}}{|e| n_0 B} \frac{1}{\Delta_k} \frac{\tilde{n}}{n_0}, \quad (\text{A.2})$$

donde se asocia la longitud de escala de la turbulencia Δ_k al operador ∇_r . La Ec. A.2 puede verse como la parte no lineal de la evolución del nivel de fluctuaciones:

$$\frac{\partial}{\partial t} \varepsilon = \alpha_1 \varepsilon^2,$$

lo que permite obtener, reagrupando términos, una estimación dimensional del coeficiente α_1 :

$$\alpha_1 = k_\theta \frac{T_e}{|e|B} \frac{1}{\Delta_k} = k_\theta \frac{T_e/m_i}{|e|B/m_i} \frac{1}{\Delta_k} = k_\theta \frac{c_s^2}{\omega_{ci}} \frac{1}{\Delta_k},$$

esto es, usando la definición $\omega_{ci} = c_s/\rho_s$,

$$\alpha_1 = \frac{(k_\theta \rho_s) c_s}{\Delta_k}$$

Este resultado es muy general. Indica que la dependencia del coeficiente de saturación con el modelo particular de inestabilidad viene dada por el escalado que el modelo haga de la anchura de las inestabilidades, Δ_k .

Apéndice B

Ajuste de los coeficientes de transporte

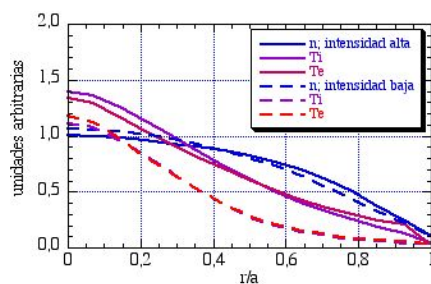
Se han efectuado barridos de la potencia, la densidad electrónica del plasma y la corriente total, en modo L, para comparar los resultados del código simple de transporte, Ecs. 4.1, 4.6, con los correspondientes datos experimentales. A la vez, este tipo de barrido ha servido para encontrar un conjunto de factores multiplicativos en los coeficientes de transporte que reproduzcan razonablemente los plasmas de TFTR.

Cuadro B.1: Comparación entre los datos de barridos en corriente, potencia y densidad realizados en TFTR (se indica el número de la descarga) y los resultados numéricos obtenidos con el código simple de transporte. Las densidades se dan en unidades de 10^{19} m^{-3} y las temperaturas en keV

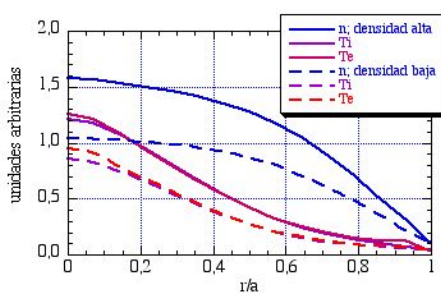
	I_p baja		I_p alta		n baja		n alta		P_{NBI} baja		P_{NBI} alta	
	45966	cód.	45980	cód.	62270	cód.	62248	cód.	45359	cód.	45585	cód.
\bar{n}	3,5	3,4	3,4	3,4	3,7	3,6	5,3	5,2	4,7	4,6	3,2	3,3
$n(0)$	4,4	5,4	4,6	5,0	4,9	5,2	6,7	7,9	5,8	6,7	5,0	4,9
$T_i(0)$	4,5	5,6	5,8	7,0	4,5	4,3	5,0	6,1	2,5	4,1	8,5	8,7
$T_e(0)$	4,5	6,0	5,0	6,8	4,5	4,8	4,2	6,4	2,8	4,4	4,6	7,4

El código de transporte se ha ejecutado probando distintas combinaciones de cambios en (i) los factores multiplicativos (Ecs. 4.4) de los coeficiente de transporte; (ii) la fracción de calentamiento iónico; (iii) la relación entre las fuentes de partículas y calor; (iv) las condiciones de contorno para n , T_i y T_e ; y (v) el valor del factor de seguridad en el borde del plasma, q_a . Dadas las limitaciones de este

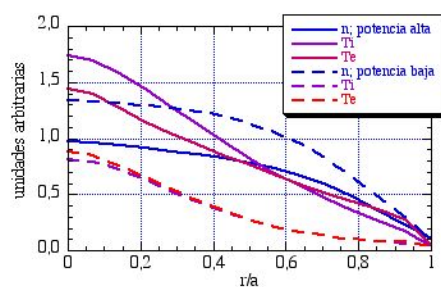
código de transporte, el propósito principal no ha sido reproducir con exactitud los perfiles experimentales sino encontrar un conjunto de parámetros libres que den resultados razonablemente cercanos a los experimentos. La tabla B.1 resume los resultados numéricos obtenidos y su comparación con los datos de TFTR. Se ha obtenido con una malla espacial de $1/\delta r=25$ puntos y un paso de tiempo $\delta t=5\cdot 10^{-6}$ s cambiando sólo los factores multiplicativos (ver Ec. 4.4): $D_{0a} = 0,5$; $\chi_{0ea} = 1,5$; $\chi_{0ia} = 1,5$ y $D_a^{RB} = 6$. La cizalla magnética se ha dejado constante con el valor $\hat{s}/q=0,5$. Los barridos en corriente total del plasma y en potencia del haz de neutros dan un buen acuerdo entre las tendencias experimentales y la teóricas. La disminución de la temperatura central electrónica con la densidad observada en TFTR, en cambio, no está de acuerdo con el resultado numérico. Aparentemente, el canal electrónico es el que peor descrito queda con el modelo de transporte escogido. Los perfiles que corresponden a los barridos efectuados con el código de transporte se muestran en la Fig B.1, donde se observa más claramente cómo el aumento de la intensidad total del plasma (a) o de la densidad de línea (b) elevan la presión, favoreciendo el confinamiento, y (c) cómo éste disminuye con la potencia inyectada de acuerdo con la tendencia esperable en una descarga en modo L (subsec. 2.4.1). El grado de acuerdo con TFTR se ha decidido suficiente como para considerar adecuado el código de transporte para probar el modelo de transición.



(a)



(b)



(c)

Figura B.1: Barridos de la intensidad del plasma, la densidad y la potencia efectuados con el código simple de transporte tras ajustar los coeficientes de transporte para reproducir descargas de TFTR en modo L (ver Tabla B.1). Todos los cálculos se realizaron con: Radio mayor $R=2,50$ m; radio menor $a=0,82$ m; anchura de deposición del haz de neutros $W_S=0,2a$; $\alpha_2=0$; $dt=5\cdot 10^{-6}$ s y 25 puntos equiespaciados de malla radial. Las líneas continuas corresponden a los valores altos (e.g. intensidad alta) y las discontinuas a los valores bajos (e.g. corriente baja).

Apéndice C

Modelo de transporte en ASTRA

C.1. Código fuente

ASTRA incluye un lenguaje propio de programación de alto nivel para que el usuario diseñe sus propios códigos de transporte. Las instrucciones están documentadas en [Pereversev et al. (1991)]. Aquí se da el listado del código fuente, en lenguaje para el compilador de ASTRA, utilizado para efectuar los cálculos con ASTRA del trabajo. Para distinguir, el listado del modelo tal cual debe incluirse en ASTRA se escribe en mayúsculas. Los comentarios aclaratorios están escritos en letra cursiva y pueden dejarse en el código fuente utilizando el separador “!”, o sin separador si no se usan los signos “:” ó “=”.

Malla para el equilibrio obtenido de la ecuación de Grad-Shafranov. Puede asignarse a un parámetro (p. ej. CV3) y cambiarse durante el cálculo. NEQUIL=0 significa que no se calcula la evolución del equilibrio magnético:

NEQUIL=41

Dependencia del transporte anómalo en la zona de confinamiento del plasma, γ_0 , que se calcula cada 0,01 s (primer cálculo cuando $t=10^{-5}$) en la subrutina GAMMA0. Puede llamarse interactivamente con la tecla G. Devuelve γ_0 en el vector CAR5 de ASTRA:

GAMMA0(CAR5):.01:.00001::G;

Término fuente en la ecuación de evolución del nivel de fluctuaciones. Se calcula llamando en cada paso de tiempo a la subrutina EPSDRV con los argumentos (γ , α_1 , ω_s , E_r)

EPSDRV(CAR11,CAR12,CAR13,CAR14):

Lista de constantes utilizadas a lo largo del modelo. Pueden ser cambiadas

durante el cálculo. Las constantes comentadas toman valores por defecto.

```
CF1=0.3;          !  $k_{\theta\rho_s}$ 
! CF2=1.;         ! Control de la saturación (normalmente =1)
! CF3=0.1         !  $\alpha_2$  (Parámetro de supresión en la evolución de  $\varepsilon$ .  $\sim 0,1$ )
! CF4=1.e4;       ! Normalización para  $D_\varepsilon$ . Permite cálculos rápidos cuando
sólo están involucradas las escalas de tiempo del transporte. Para la dinámica de
la transición, CF4=1.
! CHE1=0.1;       ! Factor de  $D_n$ 
! CHE2=1;         ! Factor de  $\chi_e$ 
! CHE3=1.;        ! Factor de  $\chi_i$ 
! CHE4=100.;      ! Factor de  $D_{RB}$ 
```

La ecuación cinética para los neutros de la pared se obtiene llamando a la subrutina NEUT cada 0,1 s, empezando en $t=10^{-3}$ s. Puede llamarse interactivamente con la tecla N. Parámetros de entrada típicos son las densidades (NNCL, NNWM) y las energías (ENCL, ENWM) de los neutros de la pared: NNCL=0.001, ENCL=.002, NNWM=0.0001, ENWM=.02

```
NEUT:.1:0.001::N;
```

! Parámetros de la fuente de NBI. Algunos están comentados porque se leen del fichero de datos experimentales.

```
ZEF=1.7;          !Carga efectiva
AIM1=12.;         !Masa impureza principal
ZIM1=6.;          !Carga impureza principal
NIZ1=NE*(ZEF-1.)/(ZIM1-1.)/ZIM1;      !Densidad impureza
NI=NE*(ZIM1-ZEF+1.)/ZIM1;             !Densidad iónica
ZMAIN=1;          !Carga componente iónica principal
NHYDR=NI-NIZ1;   !Densidad hidrógeno
AMAIN=1.0;        !Masa del componente iónico principal
!QBEAM=7.*FRAMP(0.1,0.5);              !Potencia total del haz [MW]
!EBEAM=90.;       !Energía del haz,  $E_0$  [keV]
!HBEAM=0.6;       !Altura del haz
!RBMAX=3.;        !Parámetro impacto (máx.)
!RBMIN=2.4;       !Parámetro impacto (mín.)
CBM1=20           !Número de escisiones
!CBM2=1           !Número de puntos de malla en cálculos de
NBI. Elecciones: 41 (CBM2=1), 21 (CBM2=2)
CBM3=3.0;         !Número de energías del haz distintas
!CBM4=.5;         !Fracción de energía coinyectada
!CBMS1=1;CBMS2=0;CBMS3=0;CBMS4=0      ! Control de la distribución
de la deposición. Para una distribución uniforme usar los valores mostrados.
!CBMR1=0; CBMR3=0; CBMH1=0; CBMH3=0
DBM1=0.8;         !Fracción  $E_0$  de la energía del haz
DBM2=0.15;        !Fracción  $E_0/2$  de la energía del haz
DBM3=0.05;        !Fracción  $E_0/3$  de la energía del haz
```

ABEAM=1.0; !Masa de las partículas del haz [uma]
 El paquete de cálculo de NBI se obtiene de NBIAU cada 0,01 s, comenzando en el primer paso de tiempo. Tecla interactiva "H".
 NBIAU:.01:::H;
 Perfiles que se obtienen de NBIAU:
 PBEAM ! Potencia total del haz [MW/m³]
 PEBM ! Fuente de energía del haz para los electrones [MW/m³]
 PIBM ! Fuente de energía del haz para los iones [MW/m³]
 NIBM ! Densidad iónica del haz [10¹⁹/m³]
 CUF1 ! Corriente iones rápidos [MA/m²]
 CUBM ! Corriente forzada por el haz [MA/m²]
 PBLON ! Presión longitudinal del haz [10¹⁹ keV/m³]
 PBPER ! Presión pendicular del haz [10¹⁹ keV/m³]
 SCUBM ! Fuente de momento del haz [MA/m²/s]
 SNEBM ! Fuente de electrones provinientes del haz [10¹⁹/m³/s]
 SNNBM ! Fuente de neutros térmicos debida a la interacción con el haz
 [10¹⁹/m³/s]
 NNBM1,2,3 ! Densidades de los neutros calientes [10¹⁹/m³]

Densidad electrónica

Hay evolución temporal (si no, la sintaxis sería NE:A)
 NE:E;
 Datos iniciales experimentales obtenidos de un fichero de inicio. $n_e = NEX$ y $n_e(a) = NEXB$
 NE=NEX; NEB=NEXB;
 Cebado externo desde la pared y el NBI:
 SN=SNEBM+SNNEU;
 Difusión con las fórmulas. Se usa la función parabólica FPR para relegar la contribución de las inestabilidades de hinchamiento al borde del plasma:
 DN=CHE1*CF1*HABDR*F1*F1+CV4*(1-FPR)*HRBGD+HNGSE;
 dN/dr and d^2N/dr^2 calculados para imprimir
 CAR1=-grad(NE);
 CAR2=grad(CAR1)

La densidad iónica se ha obtenido (ver NBI) de la condición de cuasi neutralidad suponiendo que el carbono es la impureza principal.

Temperatura electrónica

Se incluye la convección de las partículas (TE:F en vez de TE:E). El perfil inicial viene de los datos experimentales:

TE:F; TEB=TEXB; TE=TEX;

Conductividad térmica electrónica obtenida de las fórmulas. Para distinguir el comportamiento del canal electrónico con respecto al iónico, se permite que las inestabilidades de hinchamiento afecten también a la zona de confinamiento:

HE=CHE2*CF1*CF1*HEBDR*F1*F1+CHE4*HRBGD+HNGSE;

Fuentes de calor electrónico. NBI viene de NBIAU y los demás términos del formulario de ASTRA.

PET=-PEI; PEX=PEBM; PE=PJOUL+PEIGN-PET*TI+PEX;

Temperatura iónica

La ecuación es similar a la de la temperatura electrónica

TI:F; TIB=TIXB; TI=TIX;

Transporte térmico iónico de las fórmulas:

XI=CHE3*CF1*HABDR*F1*F1+CHE4*(1-FPR)*HRBGD+HNGSI;

Calentamiento a partir del paquete de NBI:

PIX=PIBM

Fuentes y sumideros de calor:

PIT=PET;

PI=-PEIGN-PIT*TE+PIX;

Flujo magnético poloidal

Perfil inicial de fichero experimental:

CU:E; CU=CUX

Conductividad neoclásica a partir de las fórmulas.

CC=CNHR+CCMHD;

Forzado externo de la corriente a partir del NBI

CD=CUBM

El estado de cizalla magnética inversa se puede imponer usando, en el forzado de la corriente, una gaussiana normalizada centrada en, p. ej., $r/a=0,3$ (anchura 0,2 en unidades r/a) a partir de la subrutina FGAUSS, llamada una vez cuando $t=1,0$ s. Desde $t=2,4$ s hasta $t=2,6$ s la amplitud se baja a cero dejando sólo la contribución del NBI.

FGAUSS(0.3,0.2,CAR4):1..1:1.;;

CD=CUBM+15*(1-FRAMP(2.4,2.6))*CAR4

Coefficientes de transporte no diagonales para la corriente de autocebado:

HC=HCHR; DC=DCHR; XC=XCHR;

Evolución del nivel de fluctuaciones

F1:E;

Primero se definen tres canales de cálculo para acomodar γ , α_1 y ω_s . Aquí se incluyen los coeficientes $k_{\theta\rho_s}$ y α_2 . La tasa de cizallamiento se normaliza a la tasa de crecimiento añadiendo una cantidad pequeña al denominador para evitar singularidades:

CAR15=CF1*CAR5*CAR11;

! Tasa de crecimiento

CAR16=CF1*CF2*CAR12*F1;

! Amortiguamiento no lineal

$\text{CAR17} = \text{CF3} * \text{CAR13} ** 2 / (\text{CAR15} + 1.)$! *cizallamiento*
Término fuente en la ecuación del nivel de fluctuaciones con posible normalización para cálculos en modo L sin oscilaciones (puede cambiarse interactivamente):
 $\text{SFF1} = (\text{CAR15} - \text{CAR16} - \text{CV2} * \text{CAR17}) / \text{CF4};$! *Esquema implícito.*
 $!\text{SF1} = (\text{CAR15} - \text{CAR16} - \text{CV2} * \text{CAR17}) * \text{F1} / \text{CF4};$! *Esquema explícito.*
Difusividad constante:
 $\text{DF1} = \text{CF10} / \text{CF4};$
Condición inicial:
 $\text{F1} = .002$! *Perfil plano, o...*
 $!\text{F1} = \text{F1X};$! *tomado de un fichero experimental.*
Las condiciones de contorno se prescriben como
 $!\text{F1B} = \text{F1XB};$! *función dada, o...*
 $!\text{QF1B} = 0.;$! *flujo dado explícitamente = QF1B, or...*
 $\text{QFF1B} = 0;$! *flujo dado implícitamente = QFF1B * F1B*

Momento toroidal

Si no evoluciona, debe iniciarse a cero para que el campo eléctrico pueda calcularse correctamente:

$!\text{F3:A}; \text{F3} = 0$

Condición inicial a partir de función prescrita:

$\text{F3:EQ}; \quad \text{F3} = \text{CNEUT4} * \cos(\text{GP} * \text{RHO} / \text{ROC}); \quad \text{F3B} = 0$

Difusividad constante:

$\text{DF3} = \text{CNEUT1}$

Fuente a partir del NBI:

$\text{SF3} = \text{SCUBM} / \text{ZMAIN} / 1.62$

Momento poloidal

Si no evoluciona debe iniciarse (ver momento toroidal):

$\text{F2:A}; \text{F2} = 0.$

Perfiles de salida

Perfiles principales

$\text{fluc} \backslash \text{F1};$
 $\text{S+} \backslash \text{CAR15} \backslash -1;$! [1/s]
 $\text{ne} \backslash \text{NE} \backslash -2;$! $[10^{19} \text{m}^{-3}]$
 $\text{Vpol} \backslash \text{F2};$! [km/s]
 $\text{Te} \backslash \text{TE} \backslash -3;$! [keV]
 $\text{He} \backslash \text{HE} \backslash -4;$! $[\text{m}^2/\text{s}]$
 $\text{j} \backslash \text{CU} \backslash -6;$! $[\text{MA}/\text{m}^2]$
 $\text{CC} \backslash \text{CC};$

```

Er\CAR14/1000;           ! [KV/m]
S-\CAR17\1;             ! [1/s]
ni\NI\2;                ! [1019m-3]
Vtor\1e3*F3/(NIBM+.05); ! [km/s]
Ti\TI\3;                ! [keV]
Hi\XI\4;                ! [m2/s]
jbs\CUBS\6;             ! [MA/m2] q\1./MU;

```

Fuentes

```

PiBM\PIBM\8;           ! [MWm-3]
Snbm\SNEBM;           ! [1019m-3s-1]
Smt\SF3\9;           ! [1025m-2s-2]
Jnbi\CUBM;            ! [MA/m2]
\;                    ! caja vacía
iLne\rlne;
rat2\CAR17\CAR15\1;
gam0\CAR5;
PeBM\PEBM\8;
Snn\SNNEU;            ! [1019m3s-1]
Smp\SF2\9;
Nbm\NIBM;             ! [1019m-3]
\;
\;
beta\BETAJ;
\;

```

Diagnósticos temporales

Para valores locales usar $\rho = \text{entero} * HRO$; $HRO = \text{luz malla radial}$.

```

Ti0_TIC_1;           tauE_TAUEB;           Pnbi_QBEAM;           ne0_NEC;
Te0_TEC_1;           Wblk_WTOTB;           Nfx_GN(0.262);       dNdr_CAR1(0.262);

q(0)_1./MUC;         IbtS_IBSB_2;           Ipl_IPL_2;           Eps3_1e3*F1(0.262);
V(a)_UPLB;           Ioh_IOHMB_2;           Ibeam_ICDB_2;       d2N_CAR2(0.262)

```

C.2. Fórmulas y subrutinas

En esta sección se reproducen los programas fuente de las fórmulas y subrutinas añadidas a las librerías de ASTRA “astramain/astra/fml” y “astramain/astra/sbr”. En algunos casos no son simples traducciones a FORTRAN del material presenta-

do en el capítulo 2 y, por ello, se incluyen comentarios para clarificar la conexión entre las expresiones analíticas y los códigos fuente. Para evitar confusiones, se mantienen los tipos de letra de los códigos fuente.

ASTRA suministra una función interna para el cálculo de gradientes. Esta función se define como [Dnevstrovskii (1998)]

$$GRAD(N, j) = (N(j + 1) - N(j))/HRO$$

donde $N(j)$ es cualquier perfil, j es el índice de la posición radial y HRO es el parámetro de luz de malla. Como se ve, la derivada se calcula en la posición $j+1/2$. Esto no supone un problema si $GRAD$ se usa para un perfil de salida nada más, pero puede causar problemas si la derivada se introduce en el cálculo, como sucede con algunos coeficientes de transporte. Se recomienda que todas las cantidades que entren en las ecuaciones de evolución temporal se calculen en la posición j . Por este motivo, muchas de las derivadas de los códigos siguientes se calculan explícitamente. Las fórmulas pueden anidarse mediante el uso de sentencias *include* de FORTRAN.

C.2.1. Fórmulas

C.2.1.1. Difusión de las partículas, conductividad térmica electrónica (HEBDR)

Esta es la fórmula usada tanto para D_n como para χ_e (ver Ecs. 4.5). El factor $(k_\theta \rho_s)^2$ debe incluirse separadamente, así como los posibles factores multiplicativos.

```
C HEBDR [m^2/s]: Heat conductivity Anomalous by Biglari-Diamond-Rosenbluth
C for the electron channel (also for the particle diffusivity)
C Source: Biglari, Diamond, Rosenbluth, Phys. Fluids B1 (1), 109-118 (1989)
C   HEBDR=3.3e13/L/n*Ti*Te*SQRT(Te); L=Coulomb log.
C   Usage: HE=(Kperp*ROs)^2*HEBDR*F1*F1, where F1=density fluctuation level
C   (D. López-Bruna 29-MAY-98)
C
C   include 'fml/coulg'

HEBDR = 3.3e6*TE(j)*TI(j)*sqrt(TE(j))/COULG/NE(j)
```

C.2.1.2. Conductividad térmica iónica (HABDR)

Fórmula para χ_i (Ecs. 4.5). El factor $k_\theta \rho_s$ se da en el listado del modelo para ASTRA. Las derivadas radiales están centradas.

```
C HABDR [m^2/s]: Heat conductivity Anomalous by Biglari-Diamond-Rosenbluth
```

```

C Source: Biglari, Diamond, Rosenbluth, Phys. Fluids B1 (1), 109-118 (1989)
C   HABDR=Cs*SQRT(R)*SQRT(Ti/Te)/SQRT(1/Ln+1/Lt);
C Usage: XI=(Kperp*ROs)*HABDR*F1*F1, where F1=density fluctuation level
C           (D. López-Bruna 27-MAY-98)
C
C   CSO      =3.1e5*sqrt(ZMJ/AMJ)
C   IF (J.gt.1.and.J.lt.NA1) then
C     DP1     = .5*(TI(j+1)*NI(j+1)-TI(j-1)*NI(j-1))/HRO
C     HABDR   =CSO*SQRT(RTOR)*TI(j)*sqrt(NI(J)/abs(DP1))
C   ELSE
C     if (J.eq.1) then
C       DP1   =(TI(j+1)*NI(j+1)-TI(j)*NI(j))/HRO
C       HABDR =CSO*SQRT(RTOR)*TI(j)*sqrt(NI(J)/abs(DP1))
C     endif
C     if (J.eq.NA1) HABDR=HABDR
C   ENDIF

```

C.2.1.3. Transporte en el borde del plasma (HARBGD)

```

C HRBGD [m^2/s]: Resistive Ballooning edge transport
C   HRBGD=2*pi*qa^2*ROe^2*NUEi*R/Lp
C Source: Guzdar, Drake, McCarthy, Phys. of Fluids B 5, 3712 (1993)
C Usage: XI, DN, HE=Constant*HRBGD+other; Constant*100.
C           (D. López-Bruna 3-JUN-98)
C using:   NUEI=NUEE*1.4*ZEF
C           INCLUDE 'fml/rlne'
C           INCLUDE 'fml/rlti'
C           INCLUDE 'fml/nuee'
C           HRBGD=50.1e-9*TE(j)*ZEF(j)*NUEE*RTOR/BTOR/BTOR
C           & /MU(j)/MU(j)*(rlne+rlti)

```

C.2.1.4. Longitud de mezclado (DELTA)

```

c DELTA - correlation length for fluctuation saturation [m]
c   DELTA=RO\_s*\{q**2/s**2*Ti*(1/L\_n+1/L\_Ti)*RTOR/Te\}**.25
c   Ref. Biglari, Diamond, Rosenbluth, Phys.Fluids B, 1989 p113
c           (A. Yu. Dnevstrovskii, APR-98)
c note: magnetic geometry dependence (q, s) is left out of the formula
c   YROS=.0035*sqrt(AMJ*TE(j))/ZMJ/BTOR ! [m]

```

```

if (j.ne.1.and.j.ne.NA1) then
YDNBYN= .5/HRO*(NE(j+1)-NE(j-1))/NE(j)
YDTBYT= .5/HRO*(TI(j+1)-TI(j-1))/TI(j)
      else
YDNBYN= grad(NE,j)/NE(j)
YDTBYT= grad(TI,j)/TI(j)
      endif
DELTA=YROS*sqrt(sqrt(TI(j)/TE(j)*abs(YDTBYT+YDNBYN)*RTOR))

```

C.2.1.5. Campo eléctrico radial (EFLR)

Esta es la Ec. 3.11 convertida a las unidades apropiadas, donde se usa $V_\xi = M/n_e$ para la velocidad toroidal. E_r interviene en la subrutina EPSDRV (término fuente de la evolución de ε). Para que la tasa de cizallamiento quede calculada en la posición radial j , E_r se evalúa en $j + 1/2$

```

C EFLR - Radial Electric Field
C      Er=1/(e*Z)grad(p\i)/Ni-V\pol*Btor+V\tor*Bpol [V/m]
C      V\pol = F2 [m/s]
C      V\tor = F3/NI*10^6 [m/s]
C      Bpol = Btor*MU*r/RTOR [T]
C      (A. Yu. Dnevstrovskii, APR-98)
C      EFLR=1000.*(TI(j+1)*NI(j+1)-TI(j)*NI(j))/HRO      ! diamagnetic
&      *4./(NI(j)+NI(j+1))/(ZMAIN(j)+ZMAIN(j+1))
&      -(F2(j)+F2(j+1))/2.*BTOR      ! poloidal rotation
&      +1e6*(F3(j)+F3(j+1))/(NI(j)+NI(j+1))      ! toroidal rotation
&      *BTOR*(MU(j)+MU(j+1))*(RHO(j)+RHO(j+1))/4./RTOR
c
c Observe that it is calculated in the j+1/2 grid point

```

C.2.2. Subrutinas

C.2.2.1. Dependencia de γ con la cizalla magnética (GAMMA0)

```

SUBROUTINE gamma0(GAM0)

```

```

C-----29.7.98-----
C
C      Output: growth rate shaping function GAMMA0. Gives dependence of the

```

```

C density fluctuation level growth rate on the magnetic shear:
C      gamma0=exp(C*Ln/Ls)
C where C=constant; Ln, Ls characteristic lengths
C
C      Source: Hamaguchi, Horton, Phys. Fluids B 2, 1833 (1990)
C
C      Use:      In model with density fluctuation level (Eps) evolution.
C      Example:
C      EPSDRV(CAR11,CAR12,CAR13,CAR14):, where CAR11=gamma
C      then define growth rate as gam0*gamma
C      GAMO(CAR5):
C      gamma=CAR5*CAR11
C-----
c
      include 'for/parameter.inc'
      include 'for/const.inc'
      include 'for/status.inc'
      REAL      GAMO(NA1),YCOEF
C
      YCOEF      =20.      ! Free parameter (the authors suggest YCOEF=5)
      DO j = 1,NA1
C Characteristic density length and magnetic shear length
c      include 'fml/rlne'
      include 'fml/rls'
C Gamma0 from Ref.
c      GAMO(j)=exp(YCOEF*rls/(rlne+1)/2.)
      GAMO(j)=0.2*exp(YCOEF*rls*AB/2.)
      END DO
C Smoothing
      DO k=1,10
      DO j = 3,NA-1
      GAMO(j)=(GAMO(j+2)+GAMO(j+1)+GAMO(j-1)+GAMO(j-2) )/4.
      END DO
      k=k+1
      END DO
      GAMO(2)=GAMO(3)
      GAMO(1)=GAMO(2)
      GAMO(NA)=GAMO(NA-1)
      GAMO(NA1)=GAMO(NA)
      RETURN
      END

```

C.2.2.2. Evolución del nivel de fluctuaciones (EPSDRV)

```

SUBROUTINE      EPSDRV(GAMMA,ALPHA1,SHEAR,ER)

C-----15.10.97-----
C   Input:      NI, NE, TI, TE;  Er (from formula)
C
C   Output:     growth rate GAMMA, non linear saturation ALPHA1,
C               ExB shearing rate SHEAR
C
C   Source: Transition model based on ExB shear flow by
C               Carreras, Newman, Diamond, Liang (1994)
C   Use:       In model with density fluctuation level (Eps) evolution.
C   Example:
C    $d(\text{Eps})/dt = (\text{GAMMA} - \text{ALPHA1} * \text{Eps} - \text{alpha2} * \text{SHEAR}^2 / \text{GAMMA}) * \text{Eps}$ 
C               + (diffusion term)
C-----

      include      'for/parameter.inc'
      include 'for/const.inc'
      include 'for/status.inc'
      REAL        GAMMA(NA1),ALPHA1(NA1),SHEAR(NA1),ER(NA1)
      YKROS       =1.          ! k*ROs; set in the model as CF1*GAMMA (astra/equ)
      CSO        =3.1e5*sqrt(ZMJ/AMJ)      !ion sound velocity
c      omegai=1.52e7*BTOR/AMJ*ZMJ      ! not used

      DO j = 1,NA
c Auxiliary variable DPBYN=grad(p)/n\i
      if (j.ne.1) then
      DP1= .5/HRO*(TI(j+1)*NI(j+1)-TI(j-1)*NI(j-1))
C      DP2= .5/HRO*(TE(j+1)*NE(j+1)-TE(j-1)*NE(j-1))      Exclude Te from pressure
C      DPBYN= abs(DP1+DP2)/NI(j)
      DPBYN= abs(DP1)/NI(j)

c growth rate and non linear saturation from toroidal eta-i model.
c Ref: Biglari, Diamond, Rosenbluth, Phys. Fluids B, Jan 1989
c      gamma=CSO*(K*ROs)*sqrt(grad(p)/ni)*sqrt(Ti/R)*(r+delt)/r [1/s]
      GAMMA(j)=CSO*YKROS*sqrt(DPBYN*
      & TI(j)/RTOR)*(RHO(j)+0.05)/RHO(j) ! Avoid gamma --> 0 when r --> 0
c alpha1
c      alpha1=(K*ROs)*C_s/DELTA [1/s]
      include 'fml/delta'

```

```

        ALPHA1(j)=YKROS*CS0*sqrt(TE(j))/DELTA
    end if
c Radial electric field Er
c Er= 1./(e*Zef*NI) * gradP + Bpol*Vtor -Btor*Vpol [V/m]
    include 'fml/eflr'
    ER(j)=EFLR
    SHEAR(j)=2*EFLR/(MU(j)+MU(j+1))
    END DO

ER(NA1)=2*ER(NA)-ER(NA-1)

    DO J=NA,2,-1

c ExB shearing rate [1/s]
c Ref: Hahm, Phys. Plasmas 1, September 1994
c w_s=alpha2*r/q*d(q*Er/r)/dr=alpha2/q*d(qEr)/dr-Er/r, where alpha2 is
c to be set in the model equations
    SHEAR(j)=( MU(J)*grad(SHEAR,j-1)-0.25*(ER(j+1)-ER(j-1))/RHO(J) )
    & *rho(j)/(rho(j)+.1) ! Avoid peak near the origin
    END DO
    GAMMA(1)=GAMMA(2)
    GAMMA(NA1)=GAMMA(NA)
    SHEAR(1)=rho(1)*MU(1)*grad(SHEAR,1)
    SHEAR(NA1)=0.
    ALPHA1(1)=ALPHA1(2)
    ALPHA1(NA1)=ALPHA1(NA)

    END

```

C.2.2.3. Flujo poloidal por tensiones de Reynolds (REYNOLDS)

```

Subroutine REYNOLDS(ETRS,VE,GREPS,mkey)
C ETRS Turbulent Reynolds stress term due to shear of electric field
C used like a source term for poloidal momentum equation for F2 variable:
C REYNOLDS(CAR1);;SF2=alpha3/VR*grad(CAR1)+...
C eps=F1
C Exit: ETRS=V'<nabla ro^2>*ro*eps*d(eps)/d(ro)*grad(Er)
C Er = 1/(e*n_i*Z)*grad(p_i)
C VE=Er/BTOR (for ASTRAoutput)
C GREPS=r*eps*grad(eps)

```

```

C      according to David Newman, April,1998.
      include      'for/parameter.inc'
      include 'for/const.inc'
      include 'for/status.inc'
      REAL ETRS(NA1),VE(NA1),GREPS(NA1)
      if(mkey.eq.1)goto 1      ! for total Vpol evolution
                                ! according to David Newman. Apr 1998
      if(mkey.eq.0)goto 2      ! for U=V-alfa*N**2 Diamond et al.
                                ! Phys.Plasmas (1995)
1     DO j=1,NA1
      if(j.eq.1)VE(j)=0
      if(j.gt.1.and.j.lt.NA1-2)then
      YJ_05=(RHO(j)*F1(j)+RHO(j-1)*F1(j-1))/2
      EFLR=1000.*(TI(j+1)*NI(j+1)-TI(j-1)*NI(j-1))/HRO/2
      EFLR=EFLR/NI(j)*ZMAIN(j)      ! E_r = 1/(e*Z)grad(p_i)/Ni [V/m]
      VE(j)=EFLR/BTOR      ! <V_E>=c*E_r/Btor [m/s]

      GRVE=(VE(j)-VE(j-1))/HRO      ! grad(<V>)
      ETRS(j)=G11(j-1)*YJ_05*(F1(j)-F1(j-1))/HRO*GRVE

      GREPS(j)=RHO(j)*F1(j)*.5*(F1(j+1)-F1(j-1))/HRO
      else
      ETRS(j)=0
      GREPS(j)=0
      endif
      if(j.eq.2)ETRS(j)=0
      END DO
      return
2     DO j=1,NA1
      if(j.eq.1)VE(j)=0
      if(j.gt.1.and.j.lt.NA1-2)then
      EFLR=1000.*(TI(j+1)*NI(j+1)-TI(j)*NI(j))/HRO*ZMAIN(j)
      EFLR=2*EFLR/(NI(j)+NI(j+1))      ! E_r=1/(e*Z)grad(p_i)/Ni [V/m]
      VE(j)=EFLR/BTOR      ! <V>=c*E_r/Btor [m/s]
      ETRS(j)=F1(j)*(VE(j)-VE(j-1))/HRO      ! ETRS=eps*dV_E/dro
      GREPS(j)=RHO(j)*F1(j)*.5*(F1(j+1)-F1(j-1))/HRO
      else
      ETRS(j)=0
      GREPS(j)=0
      endif
      endif

```

```
if (j.eq.2) ETRS(j)=0  
END DO  
End
```

Bibliografía

- [1] G. Bateman, “Theory-based transport simulations of TFTR L-mode temperature profiles,” *Phys. Fluids B*, vol. 4, p. 634, 1992.
- [2] M. A. Beer, G. W. Hammett, G. Rewoldt, E. J. Synakowski, M. C. Zarnstorff, W. Dorland, “Gyrofluid simulations of turbulence suppression in reversed-shear experiments on the tokamak fusion test reactor,” *Phys. Plasmas*, vol. 4, p. 1792, 1997.
- [3] R. E. Bell, F. M. Levinton, S. H. Batha, E. J. Synakowski, M. C. Zarnstorff, “Core poloidal rotation and internal transport barrier formation in TFTR,” *Plasma Phys. Control. Fusion*, vol. 40, p. 609, 1998.
- [4] H. Biglari, P. H. Diamond, M. N. Rosenbluth, “Edge turbulence and anomalous transport in fusion plasmas,” *Phys. Fluids B*, vol. 1, p. 109, 1989.
- [5] H. Biglari, P. H. Diamond, P. W. Terry, “Influence of sheared poloidal rotation on edge turbulence,” *Phys. Fluids B*, vol. 2, p. 1, 1990.
- [6] S. I. Braginskii, “Transport processes in a plasma,” *Rev. Plasma Phys.*, vol. 1, p. 25, 1965.
- [7] D. L. Brower, W. A. Peebles, S. K. Kim, N. C. Luhmann Jr., W. M. Tang, P. E. Phillips, “Observation of a high-density ion mode in tokamak microturbulence,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 59, p. 48, 1987.
- [8] K. H. Burrell, “Summary of experimental progress and suggestions for future work,” *Plasma Phys. Control. Fusion*, vol. 36, p. A291, 1994.
- [9] J. D. Callen, R. J. Colchin, R. H. Fowler, D. G. McAlees, J. A. Rome, “Neutral beam injection in tokamaks,” in *Plasma Physics and Controlled Nuclear Fusion Research, 1975, IAEA*, vol. 1, (Tokyo), pp. 645–658, 1976.
- [10] B. A. Carreras, P. H. Diamond, “Thermal diffusivity induced by resistive pressure-gradient-driven turbulence,” *Phys. Fluids B*, vol. 1, no. 5, pp. 1011–1017, 1989.

- [11] B. A. Carreras, V. E. Lynch, "Effect of the radial electric field on turbulence," in *Transport and Confinement in Toroidal Devices, 2nd Workshop on Magnetic Confinement Fusion, Santander, Spain, 2-6 July 1990*, pp. 135–146, 1990.
- [12] B. A. Carreras, D. E. Newman, P. H. Diamond, Y-M. Liang, "Dynamics of low to high (L to H) confinement bifurcation: Poloidal flow and ion pressure gradient evolution," *Phys. Plasmas*, vol. 1, p. 4014, 1994.
- [13] B. A. Carreras, "Progress in anomalous transport research in toroidal magnetic confinement devices," *IEEE transactions on plasma science*, vol. 25, no. 6, pp. 1281–1321, 1997.
- [14] J. W. Connor, M. Alexander, S. E. Attengerger, G. Bateman, D. Boucher, N. Chudnovskij, Y. N. Dnevstrovskij, W. Dorland, A. Fukuyama, G. T. Hoang, D. Hogeweigh, W. A. Houlberg, D. R. Ikkelsen, S. M. Kaye, J. E. Kinsey, M. Kotschenreuther, A. H. Kritz, V. M. Leonov, M. Marinucci, J. Ongena, J. A. Onings, A. R. Polevoi, F. Romanelli, D. Schissel, P. M. Stubberfield, T. Takizuka, A. Taroni, M. F. Turner, G. Vlad, R. E. Waltz, J. Weiland, "Validation of 1-D transport and sawtooth models for ITER," in *Plasma Physics and Controlled Nuclear Fusion Research*, (Montreal, P. Q., Canada), 1996.
- [15] P. H. Diamond, Y-M. Liang, B. A. Carreras, P. W. Terry, "Self-regulating shear flow turbulence: A paradigm for the L to H transition," *Phys. Rev. Lett.*, vol. 72, p. 2565, 1994.
- [16] P. H. Diamond, T. S. Hahm, "On the dynamics of turbulent transport near marginal stability," *Phys. Plasmas*, vol. 2, no. 10, pp. 3640–3649, 1995.
- [17] P. H. Diamond, V. B. Lebedev, D. E. Newman, B. A. Carreras, T. S. Hahm, W. M. Tang, G. Rewoldt, K. Avinash, "Dynamics of transition to enhanced confinement in reversed magnetic shear discharges," *Phys. Rev. Lett.*, vol. 78, p. 1472, 1997.
- [18] D. L. Dimock, H. P. Eubank, E. Hinnov, L. C. Johnson, E. B. Meservey, "The ontogeny of a tokamak discharge," *Nucl. Fusion*, vol. 13, pp. 271–280, 1973.
- [19] Yu. N. Dnevstrovskii, D. P. Kostomarov, *Numerical simulation of plasmas*. Berlin Heilderberg: Springer-Verlag, 1986.
- [20] A. Yu. Dnevstrovskii, "Comunicación privada," 1998.
- [21] T. H. Dupree, "Nonlinear theory of drift-wave turbulence and enhanced diffusion," *Phys. Fluids*, vol. 10, no. 5, p. 1049, 1967.

- [22] D. R. Ernst, M. G. Bell, R. E. Bell, C. E. Bush, Z. Chang, E. Fredrickson, L. R. Grishman, K. W. Hill, D. L. Jassby, D. K. Mansfield, D. C. McCune, H. K. Park, A. T. Ramsey, S. D. Scott, J. D. Strachan, E. J. Synakowski, G. Taylor, M. Thompson, R. M. Wieland, “Notched velocity profiles and the radial electric field in high ion temperature plasmas in the tokamak fusion test reactor,” *Phys. Plasmas*, vol. 5, p. 665, 1998.
- [23] R. J. Fonk, R. Howell, K. Jaehnig, L. Roquemore, G. Schilling, S. Scott, M. C. Zarnstorff, C. Bush, R. Goldston, H. Hsuan, D. Johnson, A. Ramsey, J. Schivell, H. Towner, “Ion thermal confinement in the enhanced-confinement regime of the TFTR tokamak,” *Phys. Plasmas*, vol. 63, p. 520, 1989.
- [24] J. P. Freidberg, “Ideal magnetohydrodynamic theory of magnetic fusion systems,” *Rev. Modern Phys.*, vol. 54, no. 3, pp. 801–829, 1982.
- [25] R. Goldston, “Energy confinement scaling in tokamaks: Some implications of recent experiments with ohmic and strong auxiliary heating,” *Plasma Phys. Control. Fusion*, vol. 26, p. 87, 1984.
- [26] J. M. Greene, J. L. Johnson, K. E. Weimer, “Tokamak equilibrium,” *Phys. Fluids*, vol. 14, p. 671, 1971.
- [27] C. M. Greenfield et al., “Investigations of VH-mode in D-III-D and JET,” *Plasma Phys. Control. Fusion*, vol. 35, pp. B263–B276, 1993.
- [28] M. Greenwald, D. Q. Winn, S. Milora, R. Parker, S. Wolfe *Phys. Rev. Lett.*, vol. 53, p. 352, 1984.
- [29] R. Groebner, “An emerging understanding of H-mode discharges in tokamaks,” *Phys. Fluids B*, vol. 5, p. 2343, 1993.
- [30] P. N. Guzdar, J. F. Drake, D. McCarthy, A. B. Hassam, C. S. Liu, “Three-dimensional fluid simulations of the non linear drift-resistive ballooning modes in tokamak edge plasmas,” *Phys. Fluids B*, vol. 5, p. 3712, 1993.
- [31] T. S. Hahm, “Rotation shear induced fluctuation decorrelation in a toroidal plasma,” *Phys. Plasmas*, vol. 1, p. 2940, 1994.
- [32] S. Hamaguchi, W. Horton, “Fluctuation spectrum and transport from ion temperature gradient driven modes in sheared magnetic fields,” *Phys. Fluids B*, vol. 2, p. 1833, 1990.
- [33] S. Hamaguchi, “Comunicación privada,” 1999.
- [34] R. J. Hawryluk et al., “Review of recent D-T experiments from TFTR,” in *Plasma Phys. Control. Nucl. Fusion Research, 1994, IAEA*, vol. 1, (Vienna), p. 11, 1995.

- [35] F. L. Hinton, R. D. Hazeltine, "Theory of plasma transport in toroidal confinement systems," *Rev. Modern Phys.*, vol. 48, no. 2, pp. 240–308, 1976.
- [36] F. L. Hinton, "Thermal confinement bifurcation and the L- to H-mode transition in tokamaks," *Phys. Fluids B*, vol. 3, pp. 696–704, 1991.
- [37] S. P. Hirshman, D. J. Sigmar, "Neoclassical transport of impurities in tokamak plasmas," *Nucl. Fusion*, vol. 21, no. 9, p. 1079, 1981.
- [38] W. A. Houlberg, D. W. Ross, G. Bateman, S. C. Cowley, P. C. Efthimion, W. W. Pfeiffer, G. D. Porter, D. E. Schumaker, L. E. Sugiyama, J. C. Wiley, "Modeling transport in toroidal plasmas: Status and issues," *Phys. Fluids B*, vol. 2, no. 12, p. 2913, 1990.
- [39] S-I. Itoh, K. Itoh, "Model of L- to H-mode transition in tokamak," *Phys. Rev. Lett.*, vol. 60, p. 2276, 1988.
- [40] K. Itoh, S-I. Itoh, "The role of the electric field in confinement," *Plasma Phys. Control. Fusion*, vol. 38, pp. 1–49, 1996.
- [41] G. L. Jackson et al., "Regime of very high confinement in the boronized DIII-D tokamak," *Phys. Rev. Lett.*, vol. 67, p. 3098, 1991.
- [42] E. F. Jaegger, D. B. Batchelor, D. C. Stallings, "Influence of various physics phenomena on fast wave current drive in tokamaks," *Nucl. Fusion*, vol. 33, p. 179, 1993.
- [43] E. F. Jaegger, M. D. Carter, L. A. Berry, D. B. Batchelor, C. B. Forest, H. Weitzner, "Co-counter asymmetry in fast wave heating and current drive," *Nucl. Fusion*, vol. 38, p. 1, 1998.
- [44] B. B. Kadomtsev, O. P. Pogutse *Sov. Phys. JETP*, vol. 24, p. 1172, 1967.
- [45] S. M. Kaye, "A review of energy confinement and local transport scaling results in neutral-beam-heated tokamaks," *Phys. Fluids*, vol. 2, p. 2327, 1985.
- [46] C. Kessel, J. Manickam, G. Rewoldt, W. M. Tang, "Improved plasma performance in tokamaks with negative magnetic shear," *Phys. Rev. Lett.*, vol. 72, p. 1212, 1994.
- [47] Y. B. Kim, P. H. Diamond, R. J. Groebner, "Neoclassical poloidal and toroidal rotation in tokamaks," *Phys. Fluids B*, vol. 3, p. 2050, 1991.
- [48] J. Y. Kim, M. Wakatani, "Negative shear effect on toroidal ion temperature gradient mode," *Phys. Plasmas*, vol. 2, p. 1012, 1995.
- [49] J. E. Kinsey, G. Bateman, A. H. Kritiz, A. Redd, "Comparison of two resistive ballooning mode models in transport simulations," *Phys. Plasmas*, vol. 3, p. 561, 1996.

- [50] Y. Koide, M. Kikuchi, M. Mori, S. Tsuji, S. Ishida, N. Asakura, Y. Kamada, T. Nishitani, Y. Kawano, T. Hatea, T. Fujita, T. Fukuda, A. Sakasai, T. Kondoh, R. Yoshino, Y. Neyatani, "Internal transport barrier on $q=3$ surface and poloidal plasma spin-up in JT-60U high beta poloidal discharges," *Phys. Rev. Lett.*, vol. 72, p. 3662, 1993.
- [51] Y. Koide and the JT-60U team, "Progress in confinement and stability with plasma shape and profile control for steady-state operation in the japan atomic energy research institute, tokamak-60 upgrade," *Phys. Plasmas*, vol. 4, p. 1623, 1997.
- [52] M. Kotschenreuther, W. Dorland, M. A. Beer, G. W. Hammet, "Quantitative predictions of tokamak energy confinement from first principles simulations with kinetic effects," *Phys. Plasmas*, vol. 2, pp. 2381–2389, 1995.
- [53] N. A. Krall, M. N. Rosenbluth, "Universal instability in complex field geometries," *Phys. Fluids*, vol. 8, p. 1488, 1965.
- [54] E. A. Lazarus, G. Navratil, C. M. Greenfield, E. J. Strait, M. E. Austin, K. H. Burrell, T. A. Casper, D. R. Baker, J. C. DeBoo, E. J. Doyle, R. Durst, J. R. Ferron, C. B. Forest, P. Gohil, R. J. Groebner, W. W. Heidbrink, R.-M. Hong, A. W. Howard, C.-L. Hsieh, A. W. Hyatt, G. L. Jackson, J. Kim, L. L. Lao, C. J. Lasnier, A. W. Leonard, J. Lohr, R. LaHaye, R. Maingi, R. L. Miller, M. Murakami, T. H. Osborne, L. J. Perkins, C. C. Petty, C. L. Rettig, T. L. Rhodes, B. W. Rice, S. Sabbagh, D. P. Schissel, T. C. Scoville, R. T. Snider, B. W. Stallard, R. D. Stambaugh, H. E. St. John, R. E. Stockdale, P. L. Taylor, T. S. Taylor, D. M. Thomas, A. D. Turnbull, M. R. Wade, R. Wood, D. Whyte, "Higher fusion power gain with pressure profile control in strongly-shaped DIII-D tokamak plasmas," *Phys. Rev. Lett.*, vol. 77, p. 2714, 1996.
- [55] V. B. Lebedev, P. H. Diamond, "Theory of the spatiotemporal dynamics of transport bifurcations," *Phys. Plasmas*, vol. 4, p. 1087, 1997.
- [56] B. LeBlanc, S. Batha, R. Bell, S. Bernabei, L. Blush, E. de la Luna, R. Doerner, J. Dunlap, A. England, I. Garcia, D. Ignat, R. Isler, S. Jones, R. Kaita, S. Kaye, H. Kugel, F. Levinton, S. Luckhardt, T. Mutoh, M. Okabayashi, M. Ono, F. Paoletti, S. Paul, G. Petravich, A. Post-Zwicker, G. Tynan, S. V. Goeler, P. Woskow, A. Zolfaghari, "Active core profile and transport modification by application of ion Bernstein wave power in the Princeton Beta experiment-modification," *Phys. Plasmas*, vol. 2, p. 741, 1995.
- [57] F. M. Levinton, M. C. Zarnstorff, S. H. Batha, M. Bell, R. E. Bell, R. V. Budny, C. Bush, Z. Chang, E. Fredrickson, A. Janos, J. Manickam, A. Ramsey, S. A. Sabbagh, G. L. Schmidt, E. J. Synakowski, G. Taylor, "Improved confinement with reversed magnetic shear in TFTR," *Phys. Rev. Lett.*, vol. 75, p. 4417, 1995.

- [58] P. C. Liewer, "Measurements of microturbulence in tokamaks and comparisons with theories of turbulence and anomalous transport," *Nucl. Fusion*, vol. 25, no. 5, pp. 543–621, 1985.
- [59] W. M. Manheimer, I. Cook, "Transport from magnetic flutter: Gordian knot or granny?," *Comments Plasma Phys.*, vol. 5, p. 9, 1979.
- [60] E. Mazzucato, S. H. Batha, M. Beer, M. Bell, R. E. Bell, R. V. Budny, C. Bush, T. S. Hahm, G. W. Hammett, F. M. Levinton, R. Nazikian, H. Park, G. Rewoldt, G. L. Schmidt, E. J. Synakowski, W. M. Tang, G. Taylor, M. C. Zarnstorff, "Turbulent fluctuations in TFTR configurations with reversed magnetic shear," *Phys. Rev. Lett.*, vol. 77, p. 3145, 1996.
- [61] G. H. Neilson, E. A. Lazarus, M. Murakami, A. J. Wooton, J. L. Dunlap, S. C. Bates, J. D. Bell, C. E. Bush, P. H. Edmonds, D. P. Hutchinson, R. C. Isler, C. H. Ma, L. E. Murray, V. K. Pare, M. J. Saltmarsh, S. D. Scott, C. E. Thomas, R. M. Wieland, W. R. Wing, "Beta and confinement scaling studies in the ISX-B tokamak," *Nucl. Fusion*, vol. 23, pp. 285–294, 1983.
- [62] D. E. Newman, B. A. Carreras, P. H. Diamond, "The effect of an external torque on low to high confinement transitions," *Phys. Plasmas*, vol. 2, p. 3044, 1995.
- [63] D. E. Newman, B. A. Carreras, P. H. Diamond, T. S. Hahm, "The dynamics of marginality and self-organized criticality as a paradigm for turbulent transport," *Phys. Plasmas*, vol. 3, no. 5, pp. 1858–1866, 1995.
- [64] T. Oikawa et al., "Heating and non-inductive current drive by negative-ion based NBI in JT-60U," in *Plasma Phys. Control. Nucl. Fusion Research (Proc. 17th Int. Conf., 1997 IAEA)*, (Yokohama, Japan), 1998.
- [65] M. Ono, R. Bell, W. Choe, C. S. Chang, C. B. Forest, R. Goldston, Y. S. Hwang, S. C. Jardin, R. Kaita, S. Kaye, C. E. Kessel, H. Kugel, B. LeBlanc, J. Manickam, J. E. Menard, T. Munsat, M. Okabayashi, M. Peng, S. Sesnic, W. Tighe, "Plasma transport control and self-sustaining fusion reactor," *Plasma Phys. Control. Fusion*, vol. 39, pp. 361–369, 1997.
- [66] T. Ozeki, M. Azumi, Y. Ishii, Y. Kishimoto, G. Y. Fu, T. Fujita, G. Rewoldt, M. Kikuchi, Y. Kamada, H. Kimura, Y. Kusama, M. Saigusa, S. Ide, H. Shirai, "Physics issues of high bootstrap current tokamaks," *Plasma Phys. Control. Fusion*, vol. 39, pp. 371–380, 1997.
- [67] G. V. Pereverzev, P. N. Yushmanov, A. Yu. Dnevstrovskii, A. R. Polevoi, K. N. Tarasjan, L. E. Zakharov, "ASTRA: an Automatic System for TRANsport Analysis," tech. rep., Max Plank Institut für Plasma-Physik, Garching, Germany, 1991.

- [68] W. Pfeiffer, R. Waltz, “Empirical scaling laws for energy confinement in ohmically-heated tokamaks,” *Nucl. Fusion*, vol. 19, p. 51, 1979.
- [69] Pogutse, Yurchenko *Phys. Plazmy*, 1979.
- [70] B. W. Rice, E. A. Lazarus, M. E. Austin, K. H. Burrell, T. A. Casper, R. J. Groebner, P. Gohil, C. B. Forest, H. Ikezi, L. L. Lao, M. E. Mauel, G. A. Navratil, B. W. Stallard, E. J. Strait, T. S. Taylor, “Observations of enhanced core confinement in negative magnetic shear discharges with an L mode edge on DIII-D,” *Nucl. Fusion*, vol. 36, p. 1271, 1996.
- [71] Romanelli, F., Zonca, F., “The radial structure of the ion-temperature-gradient-driven mode,” *Phys. Fluids B*, vol. 5, no. 11, p. 4081, 1993.
- [72] M. N. Rosenbluth, A. N. Kaufman *Phys. Rev.*, vol. 109, p. 1, 1958.
- [73] K. C. Shaing, G. S. Lee, B. A. Carreras, W. A. Houlberg, E. C. Crume Jr. in *Plasma Phys. Control. Nucl. Fusion Research (Proc. 12th Int. Conf., 1988 IAEA)*, vol. 2, (Nice), p. 13, 1989.
- [74] F. X. Söldner, E. R. Müller, F. Wagner, H. S. Bosch, A. Eberhagen, H. U. Fahrbach, G. Fussman, O. Gehre, K. Gentle, J. Gernhardt, O. Gruber, W. Herrmann, G. Janeschitz, M. Kornherr, K. Krieger, H. M. Mayer, K. McCormick, H. D. Murmann, J. Neuheuser, R. Nolte, W. Poschenrieder, H. Röhr, K.-H. Steuer, U. Stroth, N. Tsois, H. Verbeek, “Improved confinement in high-density ohmic discharges in ASDEX,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 61, p. 1105, 1988.
- [75] G. M. Staebler, R. E. Waltz, J. C. Wiley, “The role of rotation in tokamak internal transport barriers,” *Nucl. Fusion*, vol. 37, pp. 287–291, 1997.
- [76] R. D. Stambaugh, S. M. Wolfe, R. J. Hawryluk, J. H. Harris, H. Biglari, S. C. Prager, R. J. Goldston, R. J. Fonck, T. Ohkawa, B. G. Logan, E. Oktay, “Enhanced confinement in tokamaks,” *Phys. Fluids B*, vol. 2, pp. 2941–2960, 1990.
- [77] E. J. Strait, L. L. Lao, M. E. Mauel, B. W. Rice, T. S. Taylor, K. H. Burrell, M. S. Chu, E. A. Lazarus, T. H. Osborne, S. J. Thompson, A. D. Turnbull, “Enhanced confinement and stability in DIII-D discharges with reversed magnetic shear,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 75, p. 4421, 1995.
- [78] E. J. Synakowski, S. H. Batha, M. A. Beer, M. G. Bell, R. E. Bell, R. V. Budny, C. E. Bush, P. C. Efthimion, G. W. Hammett, T. S. Hahn, B. LeBlanc, F. Levinton, E. Mazzucato, H. Park, A. T. Ramsey, G. Rewoldt, S. D. Scott, G. Schmidt, W. M. Tang, G. Taylor, M. C. Zarnstorff *Phys. Rev. Lett.*, vol. 78, p. 2972, 1997.

- [79] E. J. Synakowski, S. H. Batha, M. A. Beer, M. G. Bell, R. E. Bell, R. V. Budny, C. E. Bush, P. C. Efthimion, R. J. Fonk, T. S. Hahm, G. W. Hammett, J. Kim, B. LeBlanc, F. Levinton, E. Mazzucato, H. Park, A. T. Ramsey, G. Schmidt, G. Rewoldt, S. D. Scott, G. Taylor, M. C. Zarnstorff in *Proceedings of 24th European Physical Society Conference on Controlled Fusion and Plasma Physics, 9-13 June 1997*, (Berchtesgaden, Germany), p. 323, 1997.
- [80] E. J. Synakowski, "Formation and structure of internal and edge transport barriers," *Plasma Phys. Control. Fusion*, vol. 40, p. 581, 1998.
- [81] W. M. Tang, "Microinstability theory in tokamaks," *Nucl. Fusion*, vol. 18, p. 1089, 1978.
- [82] J. B. Taylor, J. W. Connor, P. Helander, "On transport barriers and low-high mode transitions," *Phys. Plasmas*, vol. 5, pp. 3065–3067, 1998.
- [83] V. S. Vojtseyena, A. Yu. Voloshko, V. M. Zalkind, S. I. Solodovchenko, V. P. Tarasenko, A. F. Stan', "The effect of shear on turbulent diffusion in a microwave discharge plasma in a toroidal stellarator," *Nucl. Fusion*, vol. 17, p. 651, 1977.
- [84] F. Wagner et al. *Phys. Rev. Lett.*, vol. 49, p. 1408, 1982.
- [85] F. Wagner, "Topics in toroidal confinement," *Plasma Phys. Control. Fusion*, vol. 39, pp. 23–50, 1997.
- [86] A. J. Wooton, B. A. Carreras, H. Matsumoto, K. McGuire, W. A. Peebles, Ch. P. Ritz, P. W. Terry, S. J. Zweben, "Fluctuations and anomalous transport in tokamaks," *Phys. Fluids B*, vol. 2, no. 12, pp. 2879–2903, 1990.
- [87] K. M. Young et al., "TFTR initial experiments," *Plasma Phys. Control. Fusion*, vol. 26, p. 11, 1984.
- [88] P. N. Yushmanov, T. Takizuka, K. S. Riedel, O. J. W. F. Kardaun, J. G. Cordey, S. M. Kaye, D. E. Post, "Scalings for tokamak energy confinement," *Nucl. Fusion*, vol. 30, p. 1999, 1990.
- [89] F. F. Chen, *Plasma Physics and Controlled Fusion*. Plenum Press, 1984.
- [90] R. Dendy, *Plasma Physics, an introductory course*. Cambridge, UK: Cambridge University Press, 1996.
- [91] T. J. Dolan, *Fusion Research, Vol. I*. Pergamon Press, 1982.
- [92] Goldston, R. J., Rutherford, P. H., *Introduction to Plasma Physics*. IOP Publishing Ltd., 1995.
- [93] B. B. Kadomtsev, "Plasma transport in tokamaks," *Nucl. Fusion*, vol. 31, no. 7, pp. 1301–1314, 1991.

- [94] K. Nishikawa, M. Wakatani, *Plasma Physics. Basic theory with fusion applications*. Berlin: Springer-Verlag, 1990.
- [95] M. N. Rosenbluth, R. Z. Sagdeev, *Basic plasma physics, Vols. I and II*. North-Holland Publishing Company, 1983.
- [96] E. Teller, *Fusion, Vols. I and II*. Academic Press, 1981.